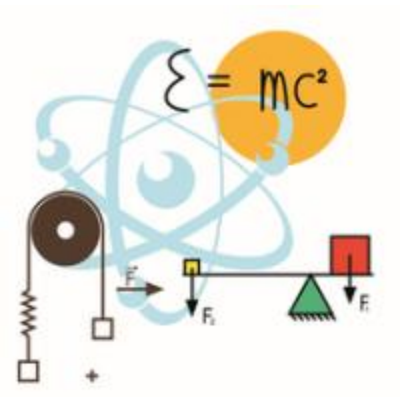
Департамент образования Белгородской области

Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Образовательный комплекс «Алгоритм Успеха»

М.С. Ладных

Графические методы решения задач по физике

Методическое пособие для учителей и учащихся



2019

ББК 74 . 026 . 843
М 74

Печатается по решению
Научно-методического Совета
МАОУ «ОК «Алгоритм Успеха»
Протокол № 2 от 24.09.19

Рецензенты:

Корнилов А. В., кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физики БГТУ им. В.Г. Шухова

Явтушенко М. С., кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института им. С.П. Капицы Ульяновского государственного университета

М 74 **Ладных М.С.**

Графические методы решения задач по физике.

Методическое пособие для учителей физики и учащихся при подготовке к олимпиаде.

Белгород, 2019. – с. 79

В методическом пособии рассматривается альтернативный способ решения олимпиадных задач по физике – графический. При этом главное внимание уделяется формированию умения у учащихся работать с графиком: строить, читать, интерпретировать и анализировать полученные результаты.

Адресуется учителям физики, учащимся 7-9 классов при подготовке к олимпиаде по физике

ББК 74 . 026 . 843

МАОУ «Образовательный комплекс
«Алгоритм Успеха», 2019

Содержание

ОТ АВТОРА

В работе представлены различные способы решения олимпиадных задач по физике с помощью графиков. Автор проанализировал олимпиадные задания различных уровней за последние шесть лет, выделил и объединил задачи в группы, а также предложил не аналитический (физический), а графический (математический) способ решения задач.

Цель данного пособия – развитие метапредметных универсальных учебных действий и повышение «графической грамотности» учащихся для построения и анализа графиков функций, выражающих зависимость одной физической величины от другой. Автор рассматривает теоретический материал о построении графика, понятии «прямая и обратная зависимость», «угловой коэффициент наклона прямой», «точка пересечения графиков» с позиции физических процессов и явлений.

Материалы работы предназначены для учителей и школьников 7-9 классов, которые могут быть использованы как самостоятельный модуль при подготовке к олимпиадам по физике, но и при изучении физики и подготовке к итоговой аттестации.

ВВЕДЕНИЕ

Современные школьные учебники физики достаточно хорошо позволяют изучить предмет. В них дается подробное объяснение физических явлений, содержание позволяет вполне успешно изучить физические законы, а также научиться решать задачи. Тем не менее, в них мало внимания уделяется графическому представлению физических процессов. И хотя функциональная зависимость координаты и скорости от времени представлена в школьных учебниках, рассмотрено это весьма поверхностно. В качестве примеров рассмотрены лишь стандартные задачи. Других примеров графиков (например, зависимости массы от плотности, силы от координаты или времени, и др.) в школьных учебниках физики не представлено. Но анализ заданий муниципальных (Белгородская область) и региональных этапов всероссийской олимпиады школьников по физике за последние несколько лет, а также различных вузовских олимпиад показал, что задания олимпиады для 7-9 классов содержат до 50% задач на использование графика. Кроме того, анализ показал, что во – первых, дети, принимающие участие в олимпиаде, для результативного выступления на ней, должны уметь «читать графики»: понимать, что изображено на графике; понимать, что означает прямая или обратная пропорциональность одной физической величины от другой, какую дополнительную информацию можно почерпнуть из графической зависимости.

Во – вторых, часто в олимпиадных заданиях встречаются задачи, в которых связь физических величин представлена в виде таблицы данных. В таких задачах для понимания и объяснения происходящего процесса учащемуся целесообразно самостоятельно выполнить построение графика функции зависимости этих величин.

В – третьих, есть задачи, решение которых аналитически является достаточно сложным и громоздким и, может быть, упрощено путем графического представления данных. В таких заданиях учащемуся необходимо проанализировать условие задачи, выбрать оптимальную систему отсчета, выполнить в ней построения графиков, которые позволят ему либо заметно упростить аналитическое решении, либо объяснить (доказать) ход решения.

Целью методического пособия является создание системы заданий для повышения «графической грамотности» учащихся для построения и анализа графиков функций, выражающих зависимость одной физической величины от другой.

Работа состоит из четырех глав. В первой представлены основные понятия о графиках: как строить график, понятие «прямая и обратная зависимость», «угловой коэффициент наклона прямой», «точка пересечения графиков», а также изложена методика «чтения» графиков.

Вторая глава содержит примеры задач, в условии которых дан график, и автор дает рекомендации использования графиков и объяснение решения представленных задач.

В третьей главе представлены задачи, в которых необходимо самостоятельно построить график по неполной таблице данных и исследовать получившиеся зависимости.

В четвертой главе приведены примеры задач, в условии которых нет графической зависимости и таблицы значений, однако при их решении построение графика облегчит понимание процесса, описанного в условии задачи, или позволит значительно упростить математические преобразования.

Для методического пособия были использованы задачи:

– муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике Белгородской области;
– регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике;
– регионального этапа олимпиады Максвелла по физике;
– из сборника «Основы механики» под редакцией М.Ю. Замятнина;
– из сборника «Московской городской олимпиад»;
– задачи учителя физики Кармазина Сергея Владимировича, взятые с сайта.

В таблице 1 представлено количество задач регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике по параллелям, которые могут быть решены с использованием графического представления зависимости физических величин.

Год/класс	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
2013	-	3	-	1	3
2014	3	-	2	2	-
2015	3	1	-	1	1
2016	2	3	3	2	1
2017	2	1	1	2	-
2018	3	2	3	1	-

Таблица 1

Решение олимпиадных задач по физике с помощью графика подразумевает, что учащиеся умеют «читать» графики и умеют строить графики прямой и обратной зависимости, определять точки пересечения прямых и угловой коэффициент наклона, строить касательную к графику функции, производить расчет площади фигуры, ограниченной графиками функций.

ГЛАВА 1. ЧТО ТАКОЕ ГРАФИК?

Существует разное определение понятия график. График – это чертёж, на котором наглядно, при помощи линий и других графических элементов показаны какие-либо числовые данные. График – чертеж, изображающий при помощи кривых количественные показатели развития, состояния чего-либо. График в математике – это наглядное представление зависимости между числами и величинами. И как раз в математике, где вводятся основные понятия о графике и функциональной зависимости, не уделяется должное внимание качественному анализу графиков.

Графики широко используют при решении задач по физике. Например, в задачах на движение ускорение и скорость можно определить по тангенсу угла наклона прямой, а пройденный путь и изменение скорости по площади фигуры под графиком.

Самое главное, разумеется, это тот факт, что графиками пользуются для наглядности. Нанося результаты измерений на график, очень удобно следить за тем, как идет процесс. Эта «наглядность» как раз и позволит лучше понять особенность физических закономерностей, описанных в условии задачи, или же упростить аналитические расчеты. Автор предлагает использование графиков с той же целью наглядности, но для решения задач повышенной сложности – олимпиадных задач.

В физике на графиках принято по горизонтальной оси откладывать независимую переменную, т.е. величину, значение которой задается самим субъектом (экспериментатором, учащимся), а по вертикальной оси – ту величину, которую он при этом определяет. Короче говоря, по горизонтали откладывается «причина», а по вертикали – «следствие». Но в теоретических задачах возможны и другие более экстравагантные варианты.

Как уже было сказано, в школьных учебниках физики вводится графический способ представления зависимости одной физической величины от другой. Так же в курсе математики учащиеся изучают декартову систему координат, прямую и обратную пропорциональность (или пропорциональную зависимость). Поэтому учащиеся знакомы с прямолинейной зависимостью одной величины от другой

$$\boldsymbol{y = kx + b} \qquad (1)$$

Построим прямую в классической декартовой системе координат, состоящую из перпендикулярных друг к другу осей $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ и наносим на них шкалу один переменных величин осей $\boldsymbol{(x,y)}$. Для определенности возьмем коэффициенты $\boldsymbol{k} > 0$ $\boldsymbol{u b} > 0$ (Рисунок 1).

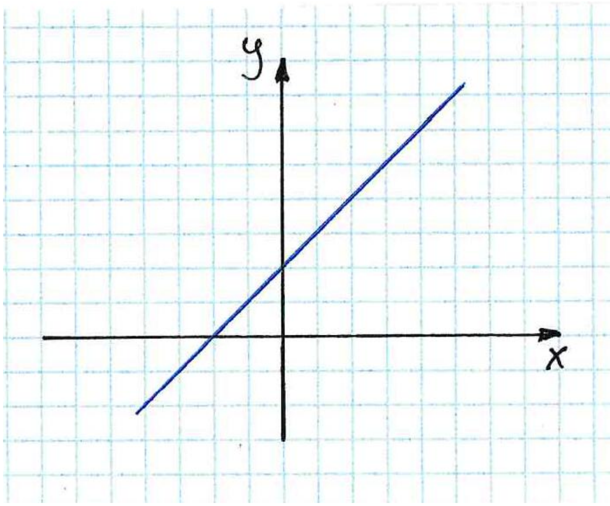


Рисунок 1. Прямая в декартовой системе координат

Теперь сделаем переобозначение осей координат, по оси абсцисс отложим время ***t***в секундах, а по оси ординат координату ***x*** в метрах

Тогда после замены переменных уравнение ***(1)*** примет вид

$$\boldsymbol{x = kt + x_0} \qquad (2)$$

Перенесем x_0 влево тогда получится разность координат $x - x_0$, в свою очередь разность координат при прямолинейном движении является пройденным путем **s**. В результате получим:

$$\boldsymbol{s = kt} \qquad (3)$$

Очевидно, что коэффициент пропорциональности ***k*** между временем ***t***и пройденным путем **s**является скорость ***v.***

Построим теперь декартову систему координат, состоящую из осей ***(t,x).*** Отметим на ней начальную x_1 и конечную x_2 координату тела, а так же время, в которое тело находилось в начальной и конечной координате t_1 и t_2 соответственно (Рисунок 2).

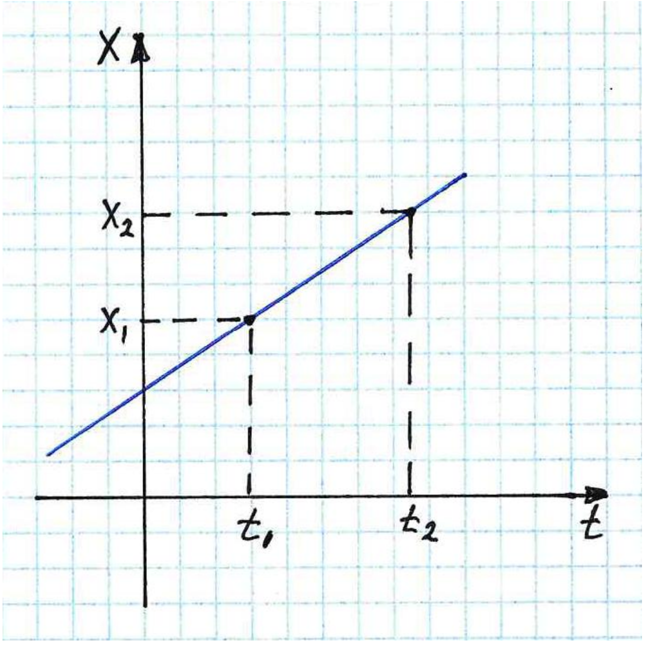


Рисунок 2. Изменение координаты, при движении с постоянной скоростью

Изменением координаты тела за промежуток времени от момента t_1 до моментаt_2 называют разность $x_2 - x_1$ между конечным и начальным значением координаты.

Значит любая прямая линия в координатах (координата, время) будет определять движение с постоянной скоростью:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \qquad (4)$$

Отсюда можно сделать несколько важных выводов:

- чем «круче» будет идти график, тем больше будет скорость движения тела, так как за одно и тоже время у тела «сильнее» изменилась координата (Рисунок 3);
- если график параллелен оси абсцисс, то его координата не меняется, значит тело покоится (Рисунок 4);
- если график направлен вниз, то разность координат будет отрицательная, а это значит, тело возвращается, то есть движется в обратном направлении (Рисунок 4).

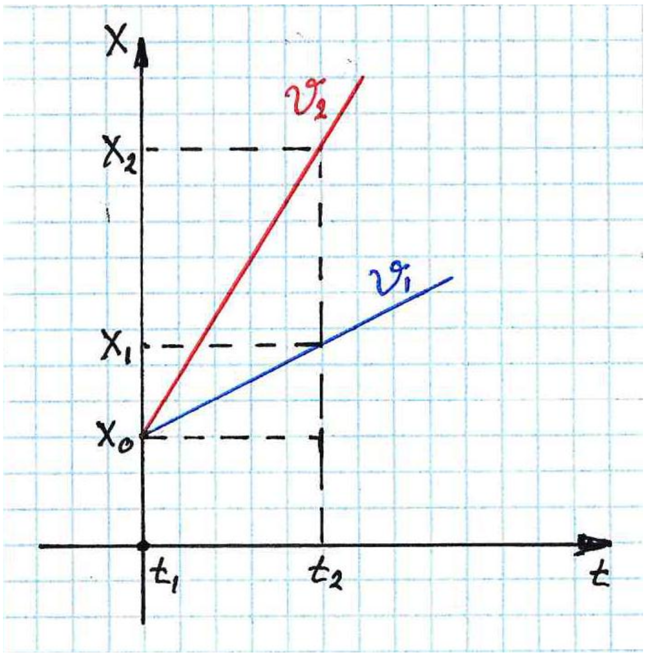


Рисунок 3. Различие изменения координат, при движении с разной скоростью

$$\boldsymbol{v_1} = \frac{\boldsymbol{x_1 - x_0}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} \qquad (5)$$

$$\boldsymbol{v_2} = \frac{\boldsymbol{x_2 - x_0}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} \qquad (6)$$

Разделим (6) на (5).

$$\frac{\boldsymbol{v_2}}{\boldsymbol{v_1}} = \frac{\boldsymbol{x_2 - x_0}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} \div \frac{\boldsymbol{x_1 - x_0}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} = \frac{\boldsymbol{x_2 - x_0}}{\boldsymbol{x_1 - x_0}} > 1$$

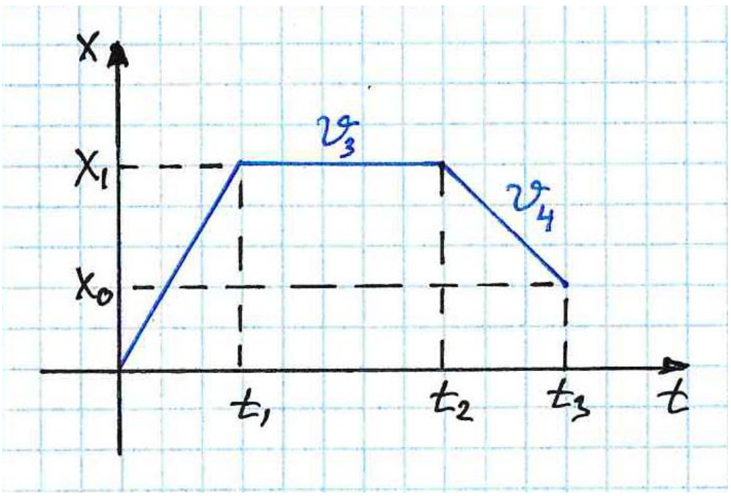


Рисунок 4. Состояние покоя и движение в обратном направлении

$$\boldsymbol{v_3} = \frac{x_1 - x_1}{t_2 - t_1} = \mathbf{0} \qquad (7)$$

$$\boldsymbol{v_4} = \frac{x_0 - x_1}{t_3 - t_2} < 0 \qquad \text{так как } \boldsymbol{x_0} < \boldsymbol{x_1} \qquad (8)$$

После того как учащиеся научились описывать движения тел графически, разобрались в основных особенностях построения графика зависимости координаты от времени для движения одного тела, можно и нужно перейти к одновременному движению двух тел. Здесь возможно два случая: встречное движение и обгон.

Начнем с одного из самых важных и распространенных в природе и технике случая – задачи о встречном движении двух тел. Эту ситуацию можно представить как встречное движение двух точечных тел на встречу друг другу. Задача заключается в том, чтобы определить, где произойдет встреча и когда, то есть, через какое время после начала движения тел, она состоится. Встречей тел считается такой момент времени, когда координаты двух тел совпадут, или, говоря графическим языком – графики координат двух тел пересекутся. Рассмотрим пример, когда два тела находящиеся на начальном расстоянии $\boldsymbol{S}$ движутся на встречу друг другу вдоль одной прямой, причем скорость первого тела в два раза больше скорости второго.

Построим систему координат, состоящую из осей ***(t,x)***. Отметим на ней начальные координаты тел. Для удобства построения логично поместить одно тело в начало координат тогда его координата будет равна $\boldsymbol{x_1=0}$.Тогда координата второго тела $\boldsymbol{x_2}$будет равна$\boldsymbol{S}$. Так как тела движутся на встречу, друг другу, то скорость первого тела будет положительна, он удаляется от начала координат. А скорость второго будет отрицательна, он приближается к началу координат. Тогда график первого тела будет идти «вверх», а второго «вниз». Причем, так как скорость первого тела по условию в два раза больше скорости второго тела, то путь, пройденный ими, за одно и тоже время у первого будет в два раза больше. Поэтому при построении «поднимающаяся» прямая будет идти в два раза «круче», чем «опускающаяся» прямая (Рисунок 5)

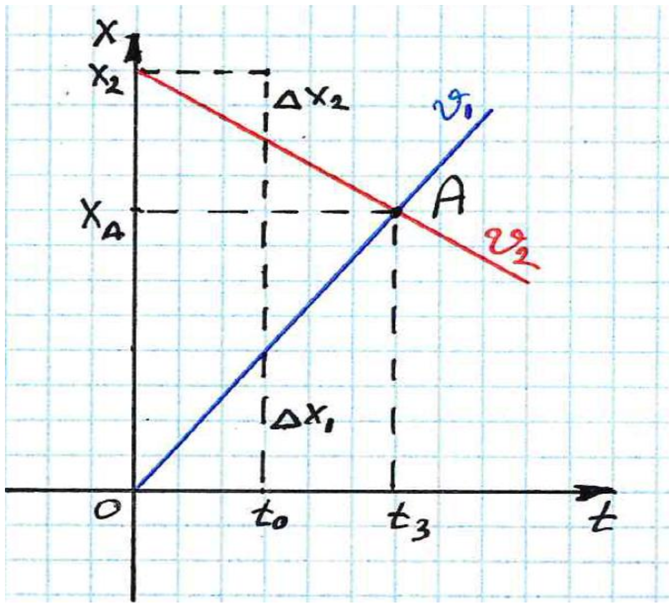


Рисунок 5. Встречное движение двух тел вдоль одной прямой

Из графика видно, что изменение координаты первого тела Δx_1 в любой момент времени t_0 в два раза больше изменение координаты второго телаΔx_2, так как $v_1=2v_2$. А так же, что тела встретятся в момент времени t_3 в точке A, с координатой x_A. Это значит, что первое тело прошло расстояние $x_A - 0 = S_1$, а второе тело$S - x_A = S - S_1$. Оба они двигались в течение времени$t_3 - 0 = t_3$.Следовательно, можно записать:

$$\begin{cases} S - S_1 = 2vt_3 \\ S_1 = vt_3 \end{cases} \qquad (9)$$

Решение этой системы уравнений дает:

$$\begin{cases} S_2 = \frac{1}{3}S \\ S_1 = \frac{2}{3}S \end{cases} \qquad (10)$$

Рассмотрим теперь следующую задачу - «обгон». Пусть первое тело едет равномерно прямолинейно со скоростью v_1, а второе – движется вдоль этой же прямой со скоростью v_2, находясь изначально на расстоянии S от первого. Эту задачу можно сформулировать: где и когда второе тело догонит первое. Но давайте задачу «перевернем». Чтобы дети понимали, что построение графика возможно, как в «прямой», так и «обратной» задаче. Пусть известно время встречи t, необходимо найти, на сколько, и во сколько скорость второго тела должна быть больше скорости первого. Для решения этой задачи графическим способом необходимо построить систему координат (t,x) и отложить на оси абсцисс в произвольном месте точку t – место встречи. На оси ординат отложить две точки: точку S – начальное положение первого тела и точку S_2, находящуюся выше точки S, это координата встречи.

Провести две прямые соединяющие начальные координаты тел с координатой их встречи в момент времени $\boldsymbol{t}$(Рисунок 6).

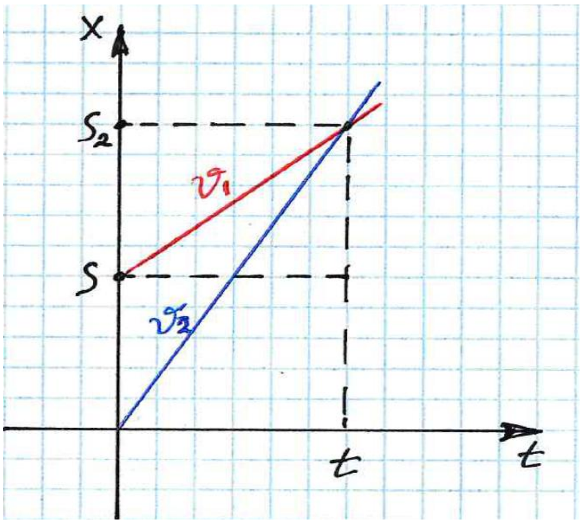


Рисунок 6. Обгон одного тела другим, движущихся вдоль одной прямой

Из графика видно, что через время $\boldsymbol{t}$ оба тела оказались в точку с координатой $\boldsymbol{S_2}$. Пользуясь графиком, можно записать чему равняются скорости тел:

$$\begin{cases} \boldsymbol{v_1} = \frac{\boldsymbol{S_2 - S}}{\boldsymbol{t}} \\ \boldsymbol{v_2} = \frac{\boldsymbol{S_2}}{\boldsymbol{t}} \end{cases} \qquad (11)$$

Решая эту систему уравнений, можно найти на сколько, и во сколько скорость второго тела больше скорости первого. Это можно было сделать и не строя график, но график помогает разобраться в процессе, происходящем в условиях задачи, тем более не стоит забывать, что приведен простейший пример. Если внимательно посмотреть на график, то можно сразу ответить на вопрос: на сколько скорость второго тела должна быть больше скорости первого. Из графика видно, что за одно и тоже время **t** второе тело проехало расстояние на **S**больше чем первое, значит:

$$\boldsymbol{\Delta v = v_2 - v_1 = \frac{S}{t}} \qquad (11)$$

Чтобы ответить на вопрос: во сколько скорость второго тела должна быть больше скорости первого, необходимо из уравнения (11) выразить скорость второго тела $\boldsymbol{v_2}$ и разделить на скорость первого $\boldsymbol{v_1}$:

$$\boldsymbol{\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1 + \frac{S}{t}}{v_1} = 1 + \frac{S}{v_1 t}} \qquad (12)$$

Некоторые, а точнее сказать, достаточно большое количество задач на относительное движение двух тел проще и понятнее решать в системе отсчета одного из них. Изобразив график встречного движения (Рисунок 7) и график обгона

(Рисунок 8) в системе координат привязанной к одному из тел участвующих в движении (например, первого тела).

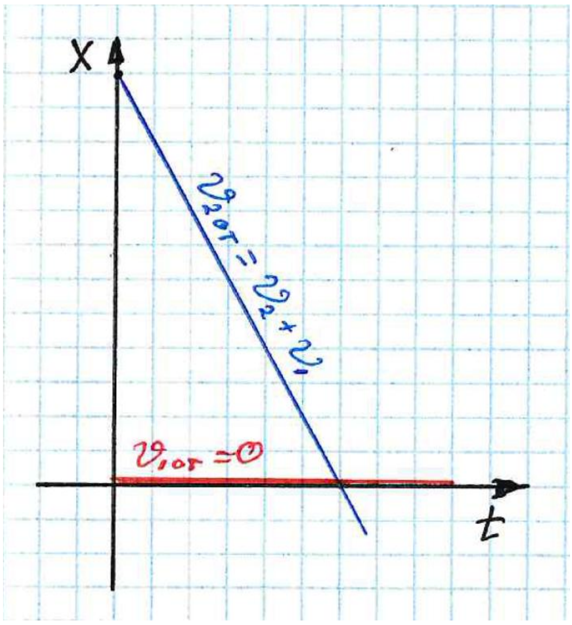


Рисунок 7. Встречное движение, в системе координат привязанной к одному из тел

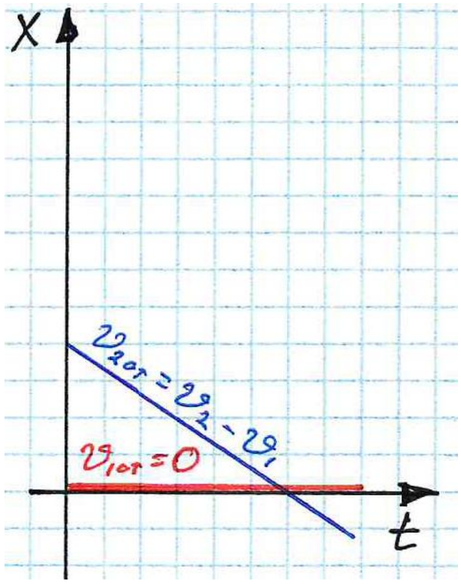


Рисунок 8. Обгон, в системе координат привязанной к одному из тел

Видно, что на рисунке 7, иллюстрирующем встречное движение, угол наклона прямой изменения координаты, соответствующий относительной скорости второго тело относительно первого $\boldsymbol{v}_{\mathbf{2}\text{относительная}} = \boldsymbol{v}_\mathbf{2} + \boldsymbol{v}_\mathbf{1}$, увеличился. $\boldsymbol{v}_{\mathbf{1}\text{относительная}} = \boldsymbol{v}_\mathbf{1} - \boldsymbol{v}_\mathbf{1} = \mathbf{0}$. На рисунке 8, иллюстрирующем обгон, угол наклона прямой изменения координаты, соответствующий относительной скорости второго тело относительно первого $\boldsymbol{v}_{\mathbf{2}\textbf{\textit{относительная}}} = \boldsymbol{v}_\mathbf{2} - \boldsymbol{v}_\mathbf{1}$, уменьшился. $\boldsymbol{v}_{\mathbf{1}\textbf{\textit{относительная}}} = \boldsymbol{v}_\mathbf{1} - \boldsymbol{v}_\mathbf{1} = \mathbf{0}.$

В этих случаях график становится немного проще, в место двух прямых проведенных под разными углами у нас остается одна, но это качественно не влияет на решение задачи. Гораздо интереснее и нагляднее вводить график относительного движения для задач, когда одно тело движется по другому, например движение катера по реке. Рассмотрим в качестве примера одну из наиболее известных задач «про рыбака и шляпу».

Рыбак плыл по реке с постоянной относительно воды скоростью $\boldsymbol{v}$. Скорость течения реки $\mathbf{u}$. Проплывая под мостом, рыбак уронил шляпу и продолжил движение в первоначальном направлении. Через полчаса плавания ему напекло голову и он решил вернутся за шляпой, и поплыл обратно. В результате чего нагнал шляпу на

600 метров ниже по течению. К этой задаче можно задать несколько вопросов: чему равна скорость течения ***u,*** чему равна скорость рыбака ***v***, куда плыл рыбак изначально? Эта задача является достаточно сложной при аналитическом решении в обычной системе координат, и дает ответ только на первый вопрос. На второй и третий вопрос аналитического решения нет в обычной системе координат. Не потому, что аналитически эту задачу решить нельзя, а потом, что на них в принципе нет ответа. Рыбак мог плыть хоть по течению, хоть против течения, это не как не повлияет на решение задачи. И скорость у него могла быть любая. Для решения необходимо перейти в систему отсчета связанную со шляпой. Но сначала можно построить график движения в системе координат связанной с мостом. Тогда необходимо рассмотреть два случая, движение против течения (Рисунок 9а) и движение по течению (Рисунок 9б)

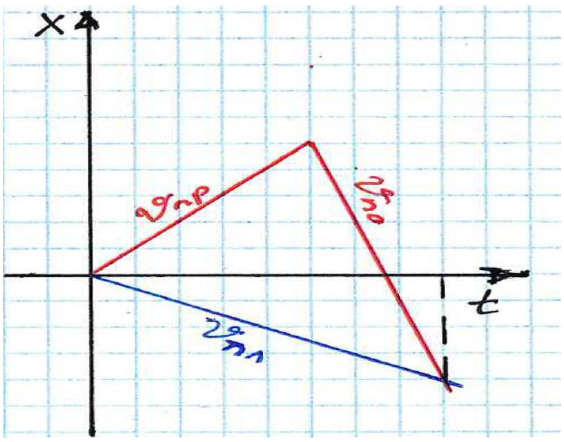


Рисунок 9а. Движение рыбака против течения

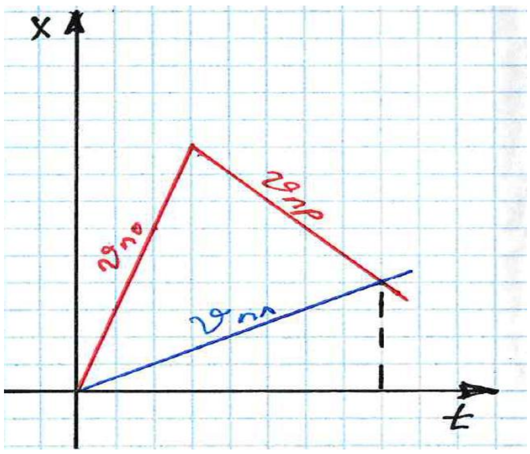


Рисунок 9б. Движение рыбака по течению

В результате мы получаем два очень сложных для анализа задачи графика (такое тоже, к сожалению, бывает), из которых, по сути, ничего невозможно понять. Так как мы незнаем общего времени и по течению и против течения рыбак движется с разными скоростями. Более «крутой» участок соответствует движению по течению, менее «крутой» участок соответствует движению против течения.

Но если перейти в систему отсчета, связанную со шляпой, все станет проще и понятнее (Рисунок 10)

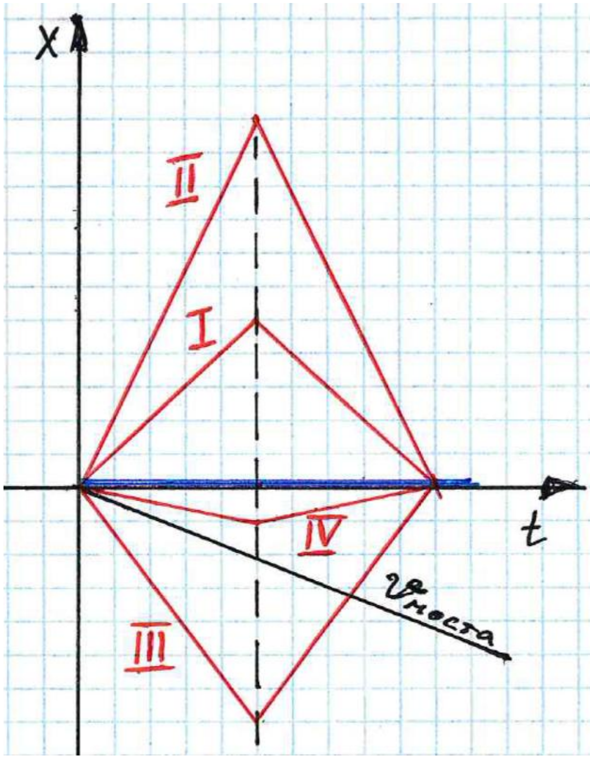


Рисунок 10. Движение рыбака и шляпы в систему отсчета, связанной со шляпой
I и II это движение рыбака по течению с различными скоростями v_{II}>v_I;
III – это движение рыбака против течения;
IV – движение рыбака против течения со скоростью меньшей скорости течения (когда он гребет в одну сторону, но течение его сносит все равно в противоположную)

В системе отсчета связанной со шляпой необходимо и у рыбака, плывущего по/против течения, и у шляпы отнять скорость течения. Тогда мы получим:

Скорость рыбака плывущего по течению относительно шляпы

$$\boldsymbol{v}_{\textit{рыбакапотечению}} = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u} = \boldsymbol{v} \quad (13)$$

Скорость рыбака плывущего против течения относительно шляпы

$$\boldsymbol{v}_{\textit{рыбакапротивтечения}} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{u} + \boldsymbol{u} = \boldsymbol{v} \qquad (14)$$

Скорость шляпы относительно шляпы:

$$\boldsymbol{v}_{\textit{шляпы}} = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0} \qquad (15)$$

Скорость моста относительно шляпы:

$$\boldsymbol{v}_{\textit{моста}} = \boldsymbol{0} - \boldsymbol{u} = -\boldsymbol{u} \qquad (16)$$

Из графика хорошо видно, что скорость, с которой рыбак удаляется от шляпы и приближается к ней абсолютно одинаковая. А это значит, что время его движения туда и обратно будет, тоже одинаковое. Учитывая это, становится понятно, что абсолютно неважно с какой скоростью движется рыбак и в какую сторону. А также, что скорость течения (она же скорость шляпы, она же скорость моста в данной системе отчета) равна:

$$\boldsymbol{v_{течения}} = \frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{2t}} \qquad (17)$$

По сути, рыбак может плыть даже со скоростью меньше скорости течения (что в других задачах, на движение по реке, невозможно). Тогда его все время будет сносить вниз по течению, но он все равно встретится со шляпой через один час, правда до моста опять доплыть никогда не сможет.

Еще довольно таки большая группа задач, которые встречаются в седьмом классе, это задачи на среднюю скорость. В таких задачах график зависимости координаты от времени может помочь лишь в осмыслении задачи и записи уравнений (что тоже в принципе неплохо), но решать придется все те же уравнения. В задачах на среднюю скорость может помочь график зависимости скорости от времени. Рассмотрим так же две классических задачи на нахождение средней скорости:

А) тело двигалось первую половину времени со скоростью $\boldsymbol{v_1}$, а вторую – со скоростью $\boldsymbol{v_2}$. Какова средняя скорость тела на всем участке пути?

Б) тело двигалось первую половину пути со скоростью $\boldsymbol{v_1}$, а вторую – со скоростью$\boldsymbol{v_2}$. Какова средняя скорость тела на всем участке пути?

Для определенности, будем считать, что в обеих задачах $\boldsymbol{v_1} < \boldsymbol{v_2}$. Тогда зависимость координаты от времени будет иметь вид (Рисунок 11а и 11б)

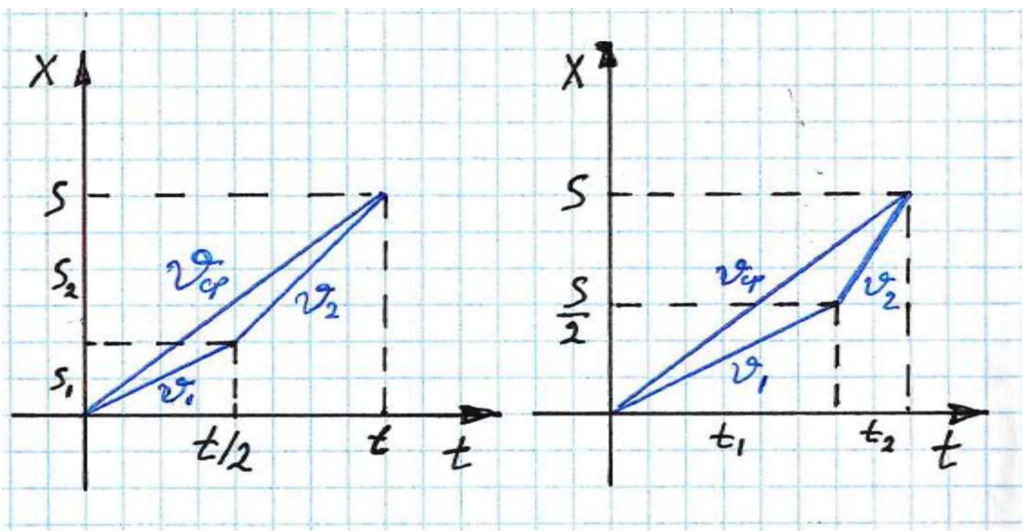


Рисунок 11а. Зависимость координаты от времени при движении, когда $\boldsymbol{t_1=t_2=t/2}$

Рисунок 11б. Зависимость координаты от времени при движении, когда $\boldsymbol{S_1=S_2=S/2}$

Из графиков видно, что средняя скорость будет в обоих случаях больше $\boldsymbol{v_1}$, но меньше $\boldsymbol{v_2}$. Сравнить же средние скорости для обоих случаев достаточно проблематично.

Теперь построим графики зависимости скорости от времени в обоих случаях. В первом случае все очень просто, так как мы знаем, что $\boldsymbol{t_1=t_2=t/2}$. Это значит, что необходимо построить два горизонтальных отрезка длиною $\boldsymbol{t/2}$ каждый (Рисунок 12а). Во втором случае $\boldsymbol{S_1=S_2=S/2}$. Вспомним, что $\boldsymbol{S_1=v_1t_1}$, а $\boldsymbol{S_2=v_2t_2}$. Вспоминая математику, а точнее формулу площади прямоугольника, мы приходим к пониманию того, что необходимо построить два горизонтальных отрезка таким образом, чтобы площадь прямоугольника под одним из них равнялась площади прямоугольника под другим (Рисунок 12б)

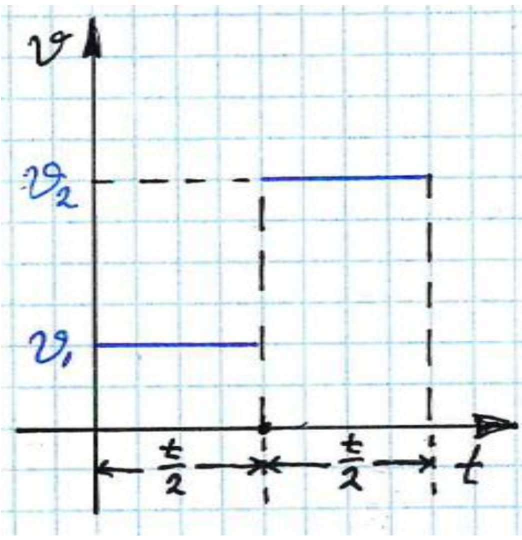


Рисунок 12а. Зависимость скорости от времени при движении, когда $\boldsymbol{t_1=t_2=t/2}$

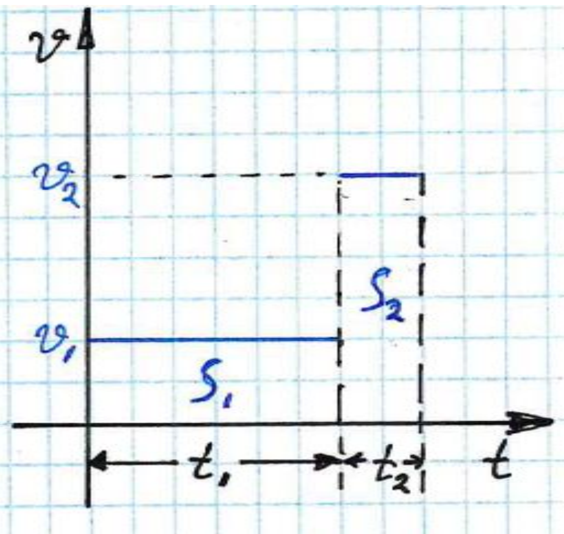


Рисунок 12б. Зависимость скорости от времени при движении, когда $\boldsymbol{S_1=S_2=S/2}$

Средняя скорость – это скорость, при которой тело за то же самое время прошло точно такой же путь. Это значит, что нужно провести такую горизонтальную линию, чтобы площадь под ней равнялась суммарной площади прямоугольников под линиями $\boldsymbol{v_1}$и $\boldsymbol{v_2}$. Но так как время движения на обоих участках одинаковое, то прямоугольник, который необходимо «отрезать» на втором участке, должен совпасть с прямоугольником, который необходимо «добавить» на первом участке. Следовательно, линия средней скорости должна пройти ровно по серединемежду $\boldsymbol{v_1}$ и$\boldsymbol{v_2}$ (Рисунок 13а)

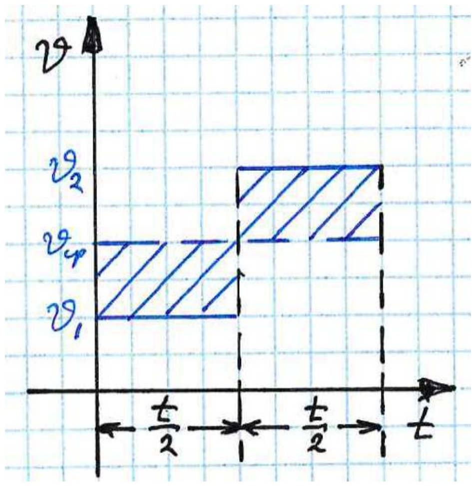


Рисунок 13а. Средняя скорость при движении, когда $t_1=t_2=t/2$

$$v_{средняя} = \frac{v_1+v_2}{2} \qquad (18)$$

Во втором примере нам так же необходимо «отрезать» от второго участка кусочек, чтобы «добавить» его на первом участке. Но так как время движения на втором участке меньше времени движения на первом участке, очевидно, что «отрезать» по высоте нужно больше чем «добавить», чтобы площади были равны. А это значит, что средняя скорость во второй задаче всегда будет меньше чем среднее арифметическое v_1и v_2. (Рисунок 13б).

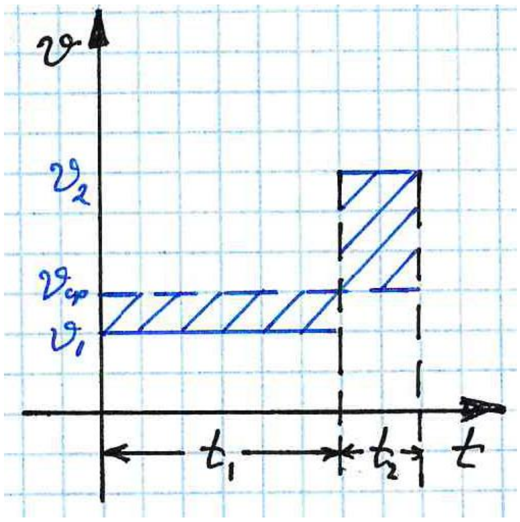


Рисунок 13б. Средняя скорость при движении, когда $S_1=S_2=S/2$

Так же, рассматривая эти задачи, мы пришли к одному важному выводу. Если по оси ординат отложить скорость, а по оси абсцисс время, то площадь фигуры (не обязательно прямоугольника) под отрезком скорости даст пройденный телом путь.

До сих пор мы рассматривали только равномерное движение. То есть движение с постоянной скоростью. Рассмотрим теперь равноускоренное движение (Рисунок 14)

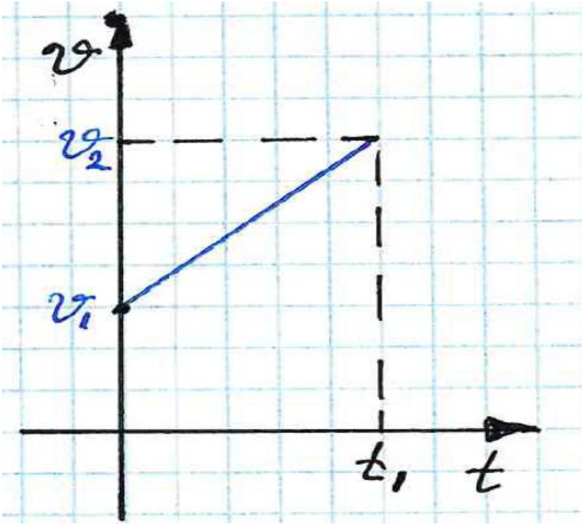


Рисунок 14. Зависимость скорости от времени при равноускоренном движении

Тогда по аналогии с равномерным движением (2) уравнение скорости будет иметь вид:

$$\boldsymbol{v = kt + v_0} \qquad (19)$$

Только теперь роль коэффициента будет выполнять ускорение. $\boldsymbol{k = a}$. Следовательно:

- чем «круче» будет идти график, тем больше будет ускорение тела, так как за одно и тоже время у тела «сильнее» изменилась скорость (Рисунок 15);
- если график параллелен оси абсцисс, то его скорость тела не меняется, значит, тело движется равномерно (Рисунок 16);
- если график направлен вниз, то разность скоростей будет отрицательная, а это значит, что тело уменьшает свою скорость, то ускорение отрицательное (Рисунок 16).

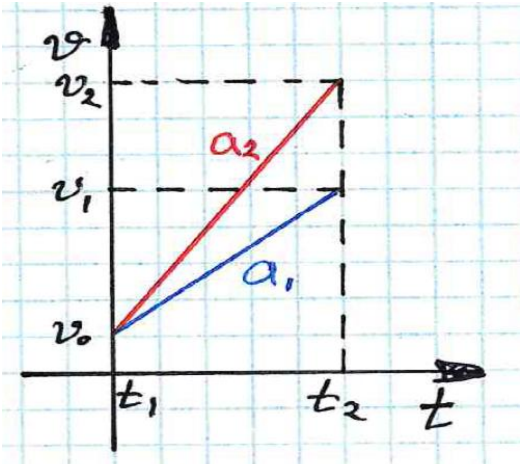


Рисунок 15. Различие изменения скорости, при движении с разным ускорением

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_2 - t_1} \qquad (20)$$

$$\boldsymbol{a_2} = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_1} \qquad (21)$$

Разделим (21) на (20).

$$\frac{\boldsymbol{a_2}}{\boldsymbol{a_1}} = \frac{\boldsymbol{v_2 - v_0}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} \div \frac{\boldsymbol{v_1 - v_0}}{\boldsymbol{t_2 - t_1}} = \frac{\boldsymbol{v_2 - v_0}}{\boldsymbol{v_1 - v_0}} > 1$$

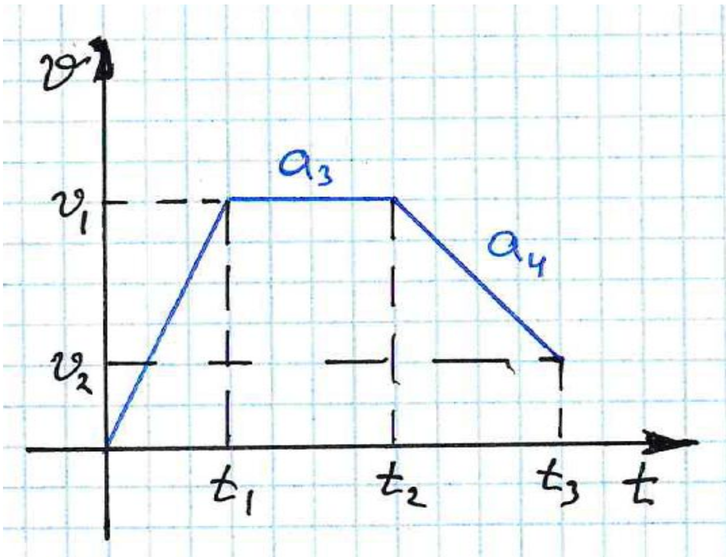


Рисунок 16. Движение с постоянной скоростью и замедление

$$\boldsymbol{a_3} = \frac{v_1 - v_1}{t_2 - t_1} = \boldsymbol{0} \quad (22)$$

$$\boldsymbol{a_4} = \frac{v_2 - v_1}{t_3 - t_2} < 0 \qquad \text{так как } \boldsymbol{v_2 < v_1} \quad (23)$$

Давайте еще раз вернемся к графику скорости при равноускоренном движении (Рисунок 14). На графике представлена зависимость скорости тела от времени. За время $\boldsymbol{t}$ тело увеличивает свою скорость от значения $\boldsymbol{v_1}$до значения $\boldsymbol{v_2}$.

Теперь вспомним аналитические формулы для нахождения пройденного пути (в данном случае путь и перемещение совпадают, так как тело движется прямолинейно, не меняя направление движения).

$$\boldsymbol{S = \frac{v_1+v_2}{2}t} \qquad (24)$$

$$\boldsymbol{S = v_1 t + \frac{at^2}{2}} \qquad (25)$$

$$\boldsymbol{S = v_2 t - \frac{at^2}{2}} \qquad (26)$$

Формула 24 с геометрической точки зрения представляет собой площадь трапеции, что хорошо видно из графика (Рисунок 17).

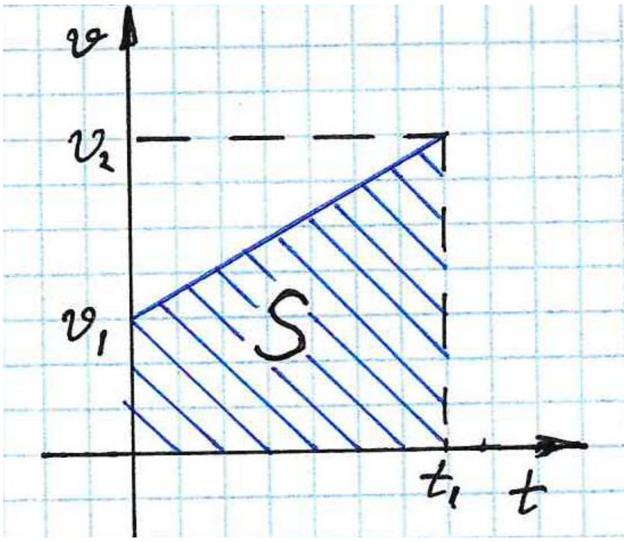


Рисунок 17. Нахождение пройденного пути, как площади трапеции

Формулу 25 можно представить как сумму площадей двух фигур $\boldsymbol{S = S_1 + S_2}$, где$\boldsymbol{S_1}$ это расстояние, которое прошло бы тело при равномерном движении с постоянной скоростью $\boldsymbol{v_1}$,$\boldsymbol{S_1 = v_1 t}$, а $\boldsymbol{S_2}$ это расстояние которое тело пройдет за счет «прибавки» в скорости $\boldsymbol{S_2=\frac{1}{2}\Delta vt=\frac{1}{2}at^2}$ (Рисунок 18).

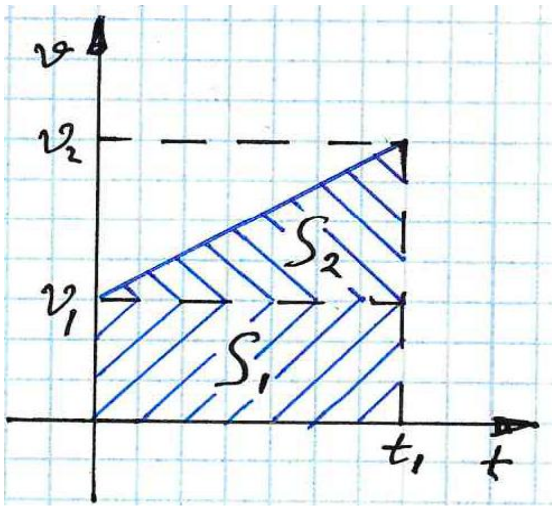


Рисунок 18. Нахождение пройденного пути, как сумму площадей

Формулу 26, наоборот, можно представить как разность площадей двух фигур $\boldsymbol{S = S_1 - S_2}$, где$\boldsymbol{S_1}$ это расстояние, которое прошло бы тело при равномерном движении с постоянной скоростью $\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{S_1 = v_2 t}$, а $\boldsymbol{S_2}$ это расстояние, которое не прошло тело вследствие изменения скорости $\boldsymbol{S_2 = \frac{1}{2}\Delta v t = \frac{1}{2} a t^2}$ (Рисунок 19).

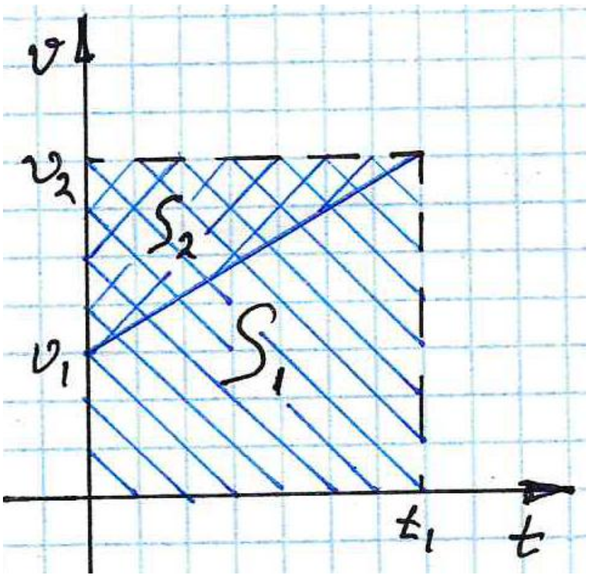


Рисунок 19. Нахождение пройденного пути, как разность площадей

Давайте теперь рассмотрим случай, когда тело меняет свое направление движения. Тогда график зависимости скорости тела от времени будет пересекать ось абсцисс и уходить в область отрицательных значений (Рисунок 20).

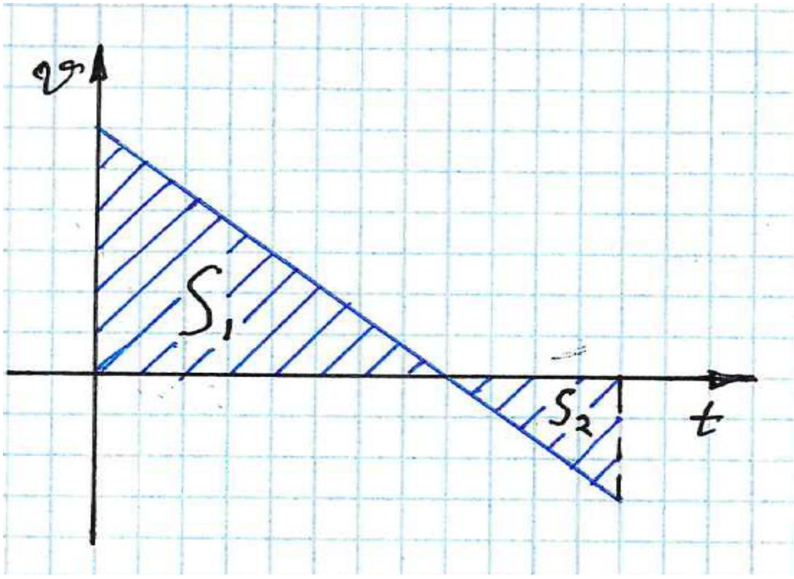


Рисунок 20. График зависимости скорости от времени при изменении направления движения

В данном случае путь пройденный телом будет равен сумме площадей двух фигур $S = S_1 + S_2$, гдеS_1 это путь пройденный в одном направлении, S_2 это путь пройденный в обратном направлении. Перемещение же тела будет равно разности площадей двух фигур $S = S_1 - S_2$, гдеS_1 это путь пройденный в одном направлении, S_2 это путь пройденный в обратном направлении

Еще в учебниках по физики приводится, что при равноускоренном движении с начальной нулевой скоростью, отношение расстояний пройденных телом за равные промежутки времени равно отношению простых чисел:

$$S_1:S_2:S_3\ldots = 1:3:5\ldots \qquad (27)$$

Давайте построим график скорости при равноускоренном движении с начальной нулевой скоростью. И найдем путь пройденный телом за любые равные промежутки времени (Рисунок 21)

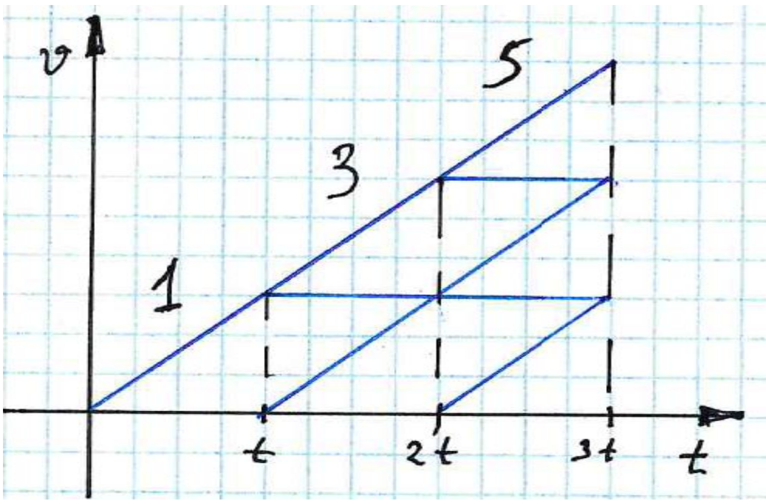


Рисунок 21. Отношение расстояния пройденного телом при равноускоренном движении с нулевой начальной скоростью

Обозначим расстояние пройденное телом за первый промежуток времени $\boldsymbol{S_1}$. Тогда из графика хорошо видно, что расстояние пройденное телом за любой следующий промежуток времени на $\boldsymbol{2S_1}$, больше, чем за предыдущий промежуток времени. Что как раз нам и дает отношение, приведенное в формуле 27.

Прежде чем перейти к рассмотрению других графических представлений физических величин, давайте вспомним, что такое тангенс. С точки зрения математики тангенс угла – это безразмерная величина численно равная отношению противолежащего катета к прилежащему (Рисунок 22а):

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} \qquad (28)$$

В физике достаточно много физических величин выражается как отношение изменение одной физической величины к изменению другой. Например, скорость (Рисунок 22б):

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (28)$$

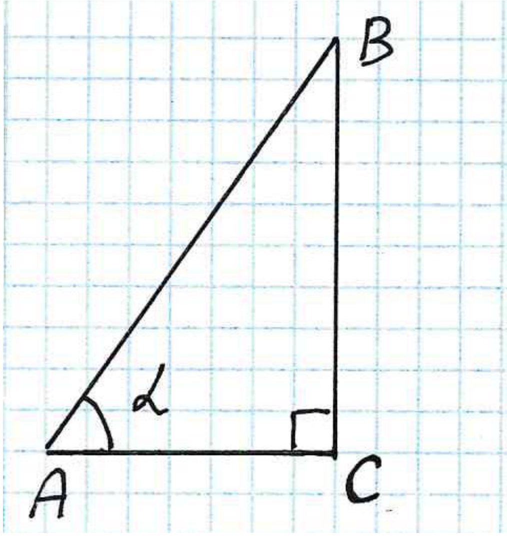


Рисунок 22а. Определение тангенса угла треугольника

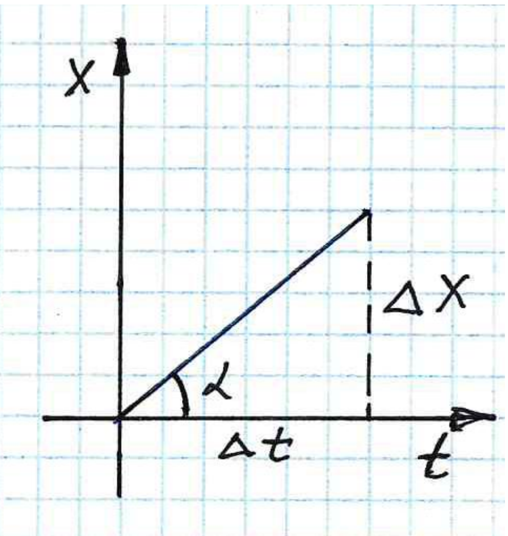


Рисунок 22б. Определение скорости как отношение изменения координаты ко времени этого изменения

Так как скорость и другие физические величины имеют единицы измерения, с точки зрения математики нельзя сказать, что скорость равняется тангенсу угла наклона прямой изменения координаты. Но численные значения тангенса угла α и скорости будут совпадать. Поэтому при решении задач по физике можно говорить, если по осям абсцисс и ординат отложены такие физические величины ($\boldsymbol{X,Y}$), что $\frac{\boldsymbol{\Delta Y}}{\boldsymbol{\Delta X}}$ определяют другую физическую величину $\boldsymbol{Z}$. То можно говорить, что величина $\boldsymbol{Z}$ численно равна $\boldsymbol{tan\,\alpha}$.

Теперь перейдем к другим графическим представлениям физических величин. Рассмотрим примеры графиков, которые достаточно часто встречаются в задачах по физике. Например, зависимость массы $\boldsymbol{m}$ от объема $\boldsymbol{V}$(Рисунок 23а) и зависимость объема $\boldsymbol{V}$от $\boldsymbol{m}$(Рисунок 23б).

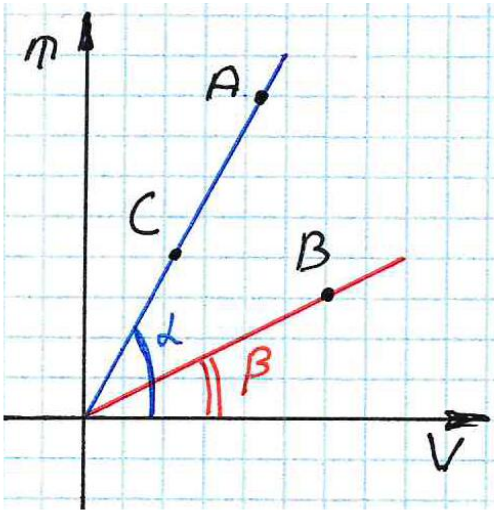


Рисунок 23а. График зависимости массы от объема

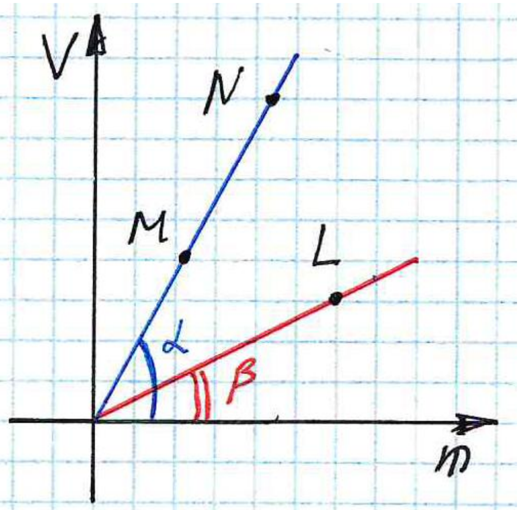


Рисунок 23а. График зависимости объема от массы

Из формулы плотности

$$\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V}} \qquad (29)$$

получаем, что на рисунке 23а тангенс α прямой проведенной из начала координат в точку $\boldsymbol{A}$ дает значение плотности тела масса и объем которого соответствуют координате точки $\boldsymbol{A}$, а тангенс $\boldsymbol{\beta}$ прямой проведенной из начала координат в точку $\boldsymbol{B}$ дает значение плотности тела масса и объем которого соответствуют координате точки $\boldsymbol{B}$. Поэтому чем «круче» идет прямая тем больше плотность тела значение массы и объема, которого лежит на этой прямой. Точки $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{C}$ лежат на одной прямой, а это значит, что их плотности одинаковы. На рисунке 23б приведен график зависимости объема от массы. А это значит, что тангенс $\boldsymbol{\alpha}$ и$\boldsymbol{\beta}$определяют значение $\boldsymbol{\frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}}$. То есть теперь увеличение угла приводит к увеличению значения $\boldsymbol{\frac{1}{\rho}}$, а значит к уменьшению плотности. Но для точек $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{N}$ значение плотности тоже будет одинаковым, так как они лежат на одной прямой.

Так же, еще можно вспомнить график, изображающий зависимость силы от координаты (Рисунок 24) и мощности от времени (Рисунок 25)

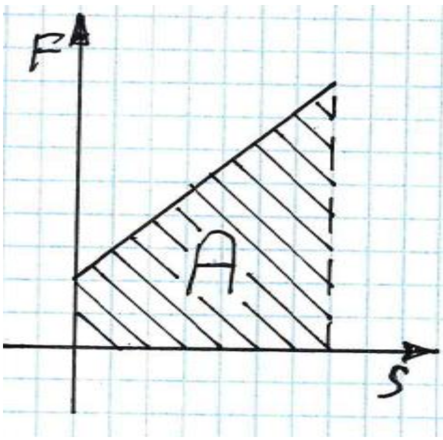


Рисунок 24. График зависимости приложенной силы от координаты

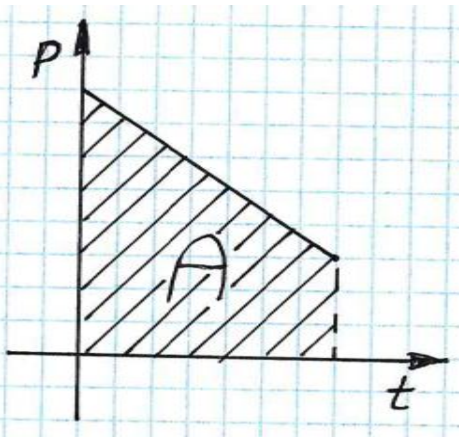


Рисунок 25. График зависимости мощности от времени

Из формул работы

$$\boldsymbol{A=Fs} \quad (30)$$

$$\boldsymbol{A = Pt} \quad (31)$$

видно, что площадь фигуры под графиком силы и мощности дает численное значение работы.

Ранее уже упоминалось о графике зависимости температуры тела от времени, в котором тело нагревают с постоянной мощностью. Посмотрим, какую информацию можно получить из этого графика (Рисунок 26).

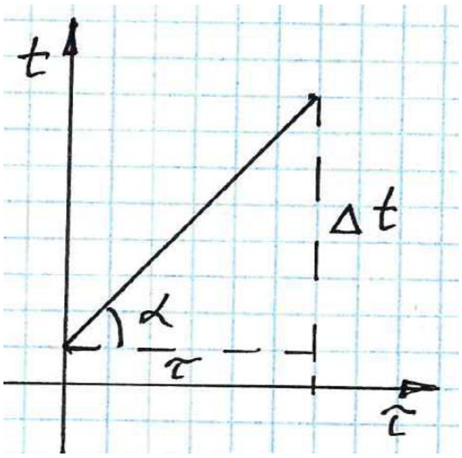


Рисунок 26. График зависимости температуры тела от времени

Напишем уравнение теплового баланса и преобразуем его:

$$\boldsymbol{A=Q} \quad (32)$$

$$\boldsymbol{P\tau = cm\Delta t} \quad (33)$$

$$\frac{\boldsymbol{\Delta t}}{\boldsymbol{\tau}} = \frac{\boldsymbol{P}}{\boldsymbol{m}}\frac{1}{c} \quad (34)$$

Тогда мы получим, что тангенс α обратно пропорционален удельной теплоемкости вещества. Коэффициент пропорциональности в данном случае является отношение мощности нагревателя P к массе m нагреваемого вещества. То есть чем «круче» будет идти график, тем меньше будет теплоемкость нагреваемого вещества (при условии одинаковой массыm и мощности нагревателя P).

Так же графическим способом можно определить, например, значение результирующей силы на частично погруженное в жидкость тело. Если мы по оси абсцисс отложим величину $\Delta V/V$ объем тела погруженный в жидкость, а по оси ординат силу Архимеда F_A(рисунок 27) и силу тяжести $F_{тяж}$(Рисунок 28)

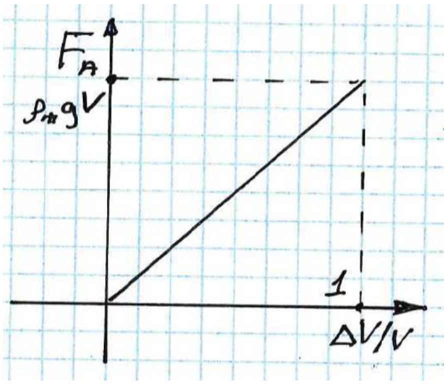


Рисунок 27. Зависимость силы Архимеда от объема, погруженной в жидкость части тела

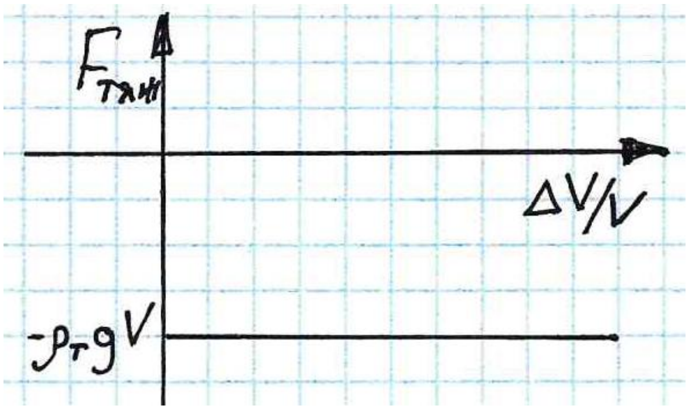


Рисунок 28. Зависимость силы тяжести от объема, погруженной в жидкость части тела

Сила Архимеда лежит в положительной области, так как направлена вверх, а сила тяжести в отрицательной области, так как направлена вниз. Тогда, сложив эти два графика, получим значение результирующей силы действующей на тело, погруженное в жидкость. Сложение этих графиков может дать два результата, в зависимости от значения плотностей тела и жидкости:

- Плотность тела меньше плотности жидкости (Рисунок 29а);
- Плотность тела больше плотности жидкости (Рисунок 29б).

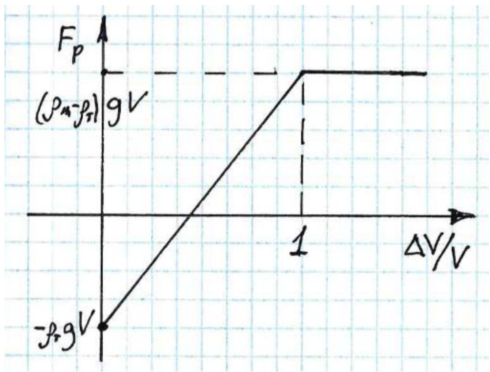


Рисунок 29а. Зависимость результирующей силы от объема погруженного тела, в случае, когда плотность тела меньше плотности жидкости

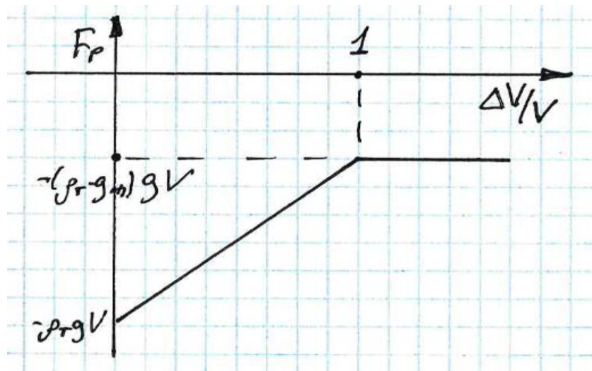


Рисунок 29б. Зависимость результирующей силы от объема погруженного тела, в случае, когда плотность тела больше плотности жидкости

Бывают задачи, когда график не является линейной функцией. Тогда у него нет постоянного угла наклона. Например, зависимость координаты от времени при равноускоренном движении (Рисунок 30). На графике хорошо видно, что чем дольше движется тело, тем «быстрее» растет его координата. Что собственно и логично. Потому что, при равноускоренном движении происходит увеличение скорости тела. В таком случае для определения скорости тела в произвольный момент времени ***t*** необходимо построить касательную к графику и определить тангенс угла ее наклона. Таким образом, мы сможем найти мгновенное значение скорости в точке А. Очевидно, что в любой другой точке касательная к графику будет построена под другим углом к оси абсцисс, следовательно, скорость будет иметь другое значение.

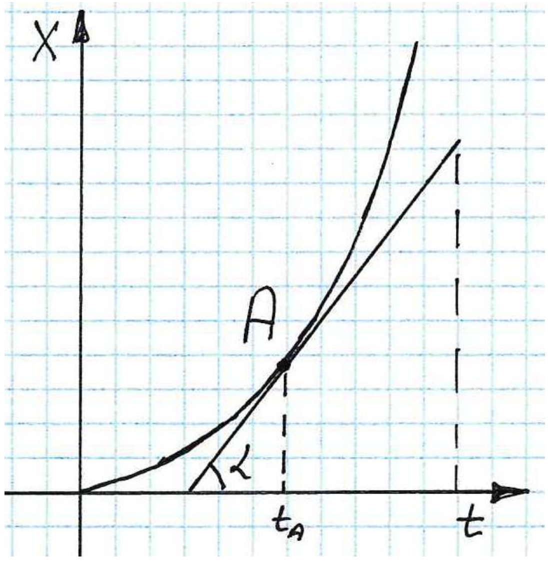


Рисунок 30. Определение скорости движения тела, при равноускоренном движении

$$\boldsymbol{v}_{\mathbf{A}} = \mathbf{tan\alpha} \qquad (35)$$

Перечислять различные варианты можно достаточно долго. Тем более, что как показывает практика, фантазия авторов олимпиадных задач задачи по физике практически безгранична. Но это и ненужно. Главная задача, которая стоит перед нами, это научить детей «видеть», что изображено на графике, научится его «читать», и уметь строить их или достраивать самостоятельно.

Главные выводы, которые ученик должен для себя сделать, после изучения графического метода решения задач по физике:

- построение графика и его исследование может облегчить понимание процесса, описанного в задаче, или значительно упростить математические преобразования;
- в случае прямолинейной зависимости, тангенс угла наклона прямой определяет значение другой физической величины или пропорционален другой физической величине;
- в случае нелинейной зависимости, для определения мгновенного значения роста физической величины, необходимо строить касательную к графику функции в нужной точке, и определять тангенс ее наклона;
- в некоторых случаях площадь под графиком функции так же дает значение другой физической величины.

ГЛАВА 2. ЗАДАЧИ, В УСЛОВИЯХ КОТОРЫХ ДАН ГРАФИК

Рассмотрим непосредственно решения олимпиадных задач, в условиях которых была дана какая либо графическая зависимость одной физической величины от другой.

Как уже было сказано выше, задачи с графическим условием требуют от учащихся умения «читать» график и использовать полученную информацию для решения задачи, а также уметь выполнять дополнительные построения.

В этой главе приведены задачи с регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике и регионального этапа олимпиады Дж.Максвелла, в условиях которых был дан график (4). И приведено пояснение, как именно необходимо использовать график в каждом отдельном случае. В некоторых задачах после работы с графиком будет сразу получен ответ, а в других для получения конечного результата, необходимо будет провести еще аналитические расчеты. В данной книге аналитические выкладки будут сокращены или совсем опущены, так как это не сама цель работы. Основная же идея заключается в особенностях применения графиков в решении задач.

Задача 7.4 Окаменевшая жидкость. 2018 год: Если в сосуд объемом $\boldsymbol{V_0}$, доверху заполненный жидкостью, опускать камни плотностью $\boldsymbol{\rho = 2{,}2 г/см^3}$, то в зависимости от их объема $\boldsymbol{V(V<V_0)}$ средняя плотность содержимого сосуда будет изменяться, как показано на графике (Рисунок 31а). Определите объем сосуда $\boldsymbol{V_0}$ и плотность жидкости $\boldsymbol{\rho_0}$.(3)

Это пример задачи, решение которой заключается лишь в работе с графиком (Рисунок 31б).

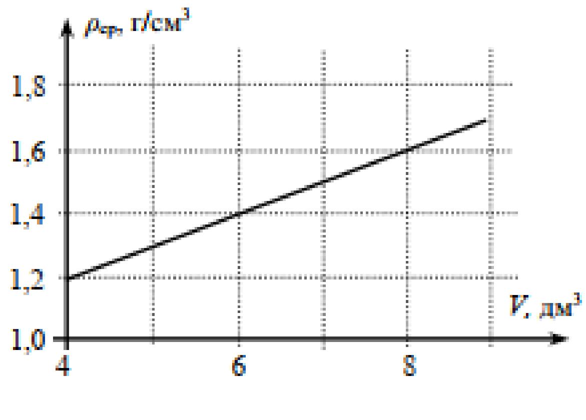


Рисунок 31а. Условие

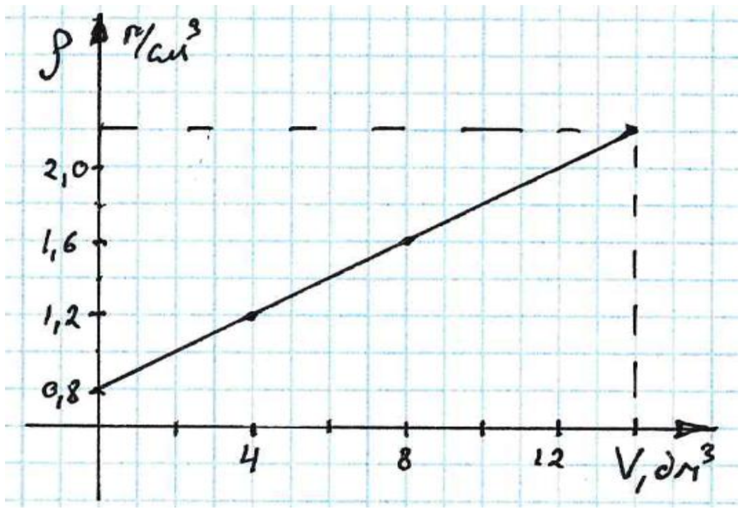


Рисунок 31б. Решение

Необходимо продлить (экстраполировать) график до объема ***0 дм³*** и до плотности $\boldsymbol{\rho = 2{,}2}$ ***г/см³.*** В первом случае мы получим плотность жидкости $\boldsymbol{\rho = 0{,}8}$ ***г/см³,*** а во втором – объем сосуда ***14 дм³***.

Задача 7.3. Среднее через среднее. 2017 год: На графике (Рисунок 32) представлена зависимость средней скорости машины от пройденного пути. Определите среднюю скорость машины на участке, где она разгонялась.

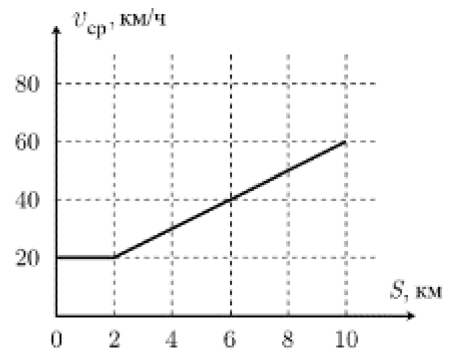


Рисунок 32.

Это пример задачи, где не требуется дополнительных построений, а необходимо лишь правильно «прочесть» рисунок.

Из графика следует, что разгон машины происходил на участке между ***2-м*** и ***10-м*** километром. Движение с постоянной или уменьшающейся скоростью, привело бы к уменьшению угла наклона графика средней скорости. Время, за которое было пройдено некоторое расстояние ***S*** равно отношению этого расстояния к средней скорости, достигнутой к данному моменту времени $\boldsymbol{t = s / v_{ср}}$. По графику находим, что до ***2-го*** километра машина ехала ***2 км/ (20 км/ч)= 0,1 ч = 6 мин***,а ***10-го*** километра машина достигла через ***10 км/ (60 км/ч) = 10 мин*** после начала движения.

Следовательно, время разгона составляло***4 мин = (1/15) ч***.. Средняя скорость на этапе разгона равна $v_{ср}$ ***=8 км/ (1/15) ч =120 км/ч .***

Задача 7.1. Где тут плотность? 2016 год: В лаборатории провели измерения массы и объема пяти тел, изготовленных из четырех материалов: березы, $\rho_Б = 0,7$ $г/см^3$, алюминия, $\rho_{Ал} = 2,7$ $г/см^3$, железа, $\rho_Ж = 7,8$ $г/см^3$исвинца, $\rho_C = 11,3$ $г/см^3$. Затем результаты нанесли на график (Рисунок 33а), по одной оси которого отложили объемы тел V_i, а по другой их массы m_i. Здесь индекс ***i*** может принимать значения ***1, 2, 3, 4, 5*** – соответственно номерам точек на графике. К сожалению, со временем масштаб по осям был утрачен, а экспериментаторы в спешке забыли записать, какому веществу какая экспериментальная точка соответствует. Определите:

- из какого материала изготовлено тело самой большой массы?
- у тела, с каким номером была самая маленькая плотность? Чему она равна?
- какой точке соответствует тело, изготовленное из свинца?
- какие тела сделаны из одинакового материала? Определите из какого.

Примечание! Применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя. Подобные решения будут оценены в нуль баллов.

Эта задача, по сути, уже была разобрана в Главе 1 (рисунок 23б), но разберем ее решение еще раз (рисунок 33б)

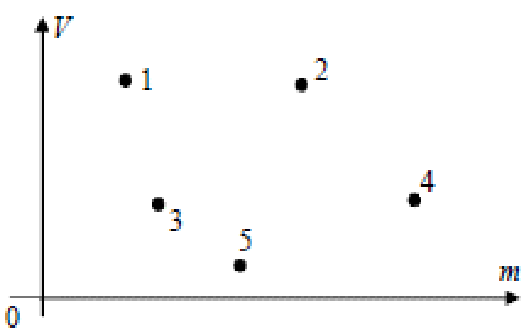


Рисунок 33а. Условие

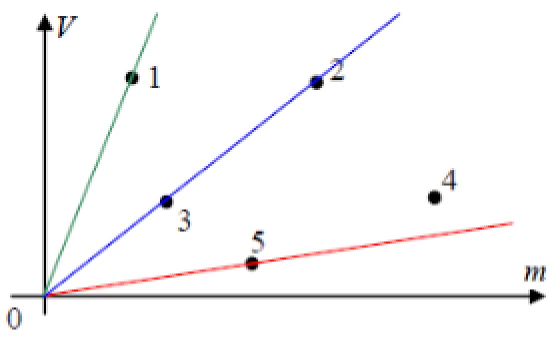


Рисунок 33б. Пояснение

Самой большой массой обладает тело 4. Его координата по оси *m* самая большая. По определению, плотность $\rho=m/V$. На данных осях точки для всех тел, обладающих одинаковой плотностью, должны лежать на одной прямой проходящей через начало координат, так как для них (автоматически) равно отношение m/V. Из этого следует, что плотности тел 2 и 3 одинаковы. Чем больше плотность тела, тем больше отношение ***m*/*V***, а прямая, идущая из начала координат через эти точки, должна идти под меньшим углом. Из этого следует, что самая маленькая плотность у тела 1, а самая большая у тела 5. Телу 4 соответствует плотность меньшая, чем у тела 5, но большая чем у 3 и 2, следовательно, тело 4 изготовлено из железа, 5 – из свинца, 2 и 3 – из алюминия, а 1 – из березы.

Задача 7.4.Кофе на средней скорости. 2016 год: Машина половину пути ехала равномерно; затем, въехав на плохой участок дороги, стала двигаться медленнее, но тоже с постоянной скоростью. На графике (Рисунок 34) приведена зависимость **средней** скорости машины от времени движения. К сожалению, при движении по плохой дороге на график пролили кофе, и часть информации пропала.

Определите:

- путь, пройденный машиной за все время движения;
- время движения на первой половине пути;
- величину скорости машины на втором участке;
- значение средней скорости через 60 с после начала движения.

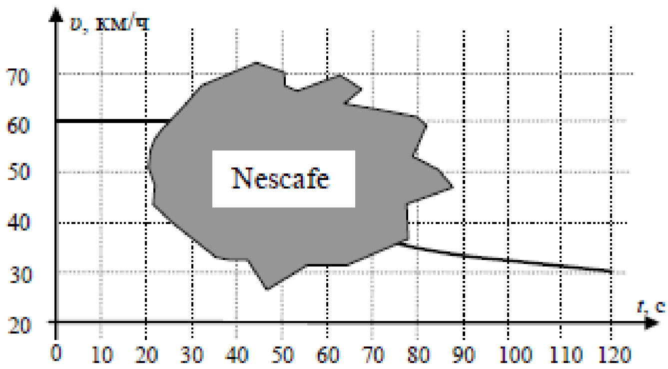


Рисунок 34.

Это пример задачи, который тоже не требуется дополнительных построений, а необходимо лишь правильно «прочесть» рисунок.

Весь пройденный путь можно найти, умножив значения средней скорости (на всём пути) на все время движения, найденные из графика:$\boldsymbol{\upsilon_{ср} = 30}$ ***км/час = 25/3 м/с.***

Отсюда находим путь $\boldsymbol{S = \upsilon_{ср} t_0 = 25/3}$ ***(м/с) ·120 с = 1000 м***.

Половине пути соответствует расстояние ***500*** м. Скорость на первом участке составляет ***60 км/ч = 50/3 м/с***, следовательно, время движения на нем $\boldsymbol{t_1 = 30}$ ***с***.

Время движения на втором участке $\boldsymbol{t_2 = 120}$ ***с – 30 с = 90 с = (1/40) ч***,откуда, скорость движения на нем $\boldsymbol{\upsilon_2 = 20}$ ***км/ч***.

К моменту времени ***60*** с машина половину времени ехала со скоростью υ_1 и половину с υ_2, следовательно, $\boldsymbol{\upsilon_{ср}}$ ***(60 с) = 40 км/ч***.

Задача 8.1. Максимум через минимум. 2017 год: Приведен график (Рисунок 35а) зависимости координаты движущегося тела от времени движения. К сожалению, масштаб по осям оказался утерян. Но сохранилась информация, что по ходу движения максимальное значение средней путевой скорости на***20 м/с*** превышало ее минимальное значение. Определите, с какой максимальной скоростью двигалось тело. Движение тела происходило вдоль одной прямой.

Примечание: средняя путевая скорость – отношение всего пройденного пути ко всему времени движения (включая остановки).

Эта задача требует дополнительных построений. Для определения значения средней скорости в различный момент времени.

Преобразуем, исходный график в зависимость пути ***l*** от времени ***t***. Для этого сместим на одну клетку вверх ось времени и зеркально (относительно горизонтальной оси, совпадающей с участком графика ***x = const***) отобразим участок, на котором координата уменьшается (Рисунок 35б).

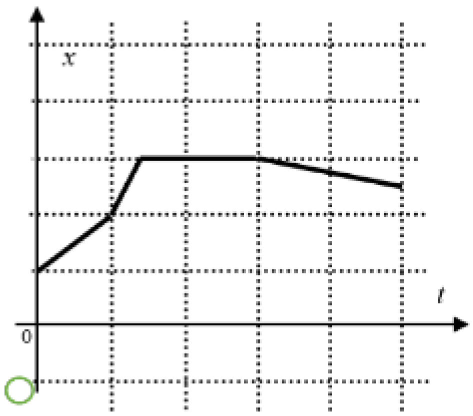


Рисунок 35а. Условие

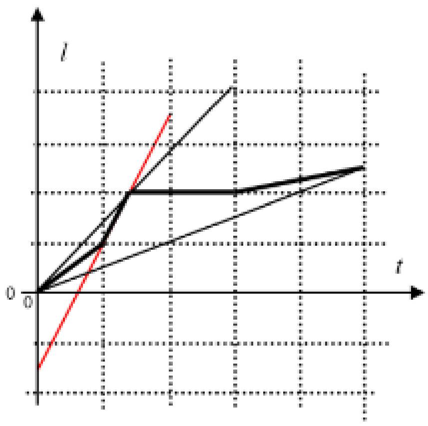


Рисунок 35б. Решение

Средняя скорость тела в произвольный момент времени движения однозначно связана с угловым коэффициентом наклона прямой, проведенной из начала координат в соответствующую точку графика. Следовательно, прямые, имеющие наибольший и наименьший угол наклона, проведенные из начала координат и касающиеся полученного графика, определяют максимальную и минимальную среднюю скорость тела.

Дальнейший расчет угловых коэффициентов дает значение максимальной скорости в ***50 м/с***.

Задача 8.1. Столоход. 2016 год: Экспериментатор Глюк на большом лабораторном столе проводил испытания модели вездехода. Координатную ось ***X*** он направил вдоль длинного края стола. Зависимости координаты модели ***x(t***) и пройденного им пути ***s(t)*** от времени приведены на графиках (Рисунок 36а и 36б). Опишите характер движения модели вездехода (словами или сделав рисунок). Определите, с какой максимальной скоростью двигался вездеход? На каком расстоянии друг от друга находятся начальная и конечная точки его движения?

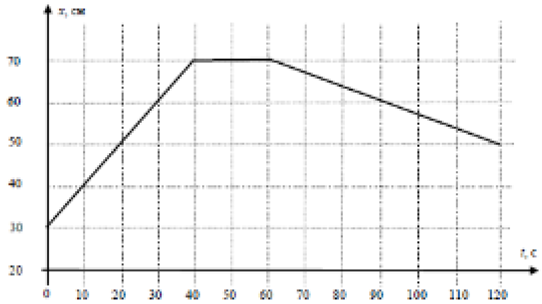


Рисунок 36а. Зависимость координаты модели *x*(*t*) от времени

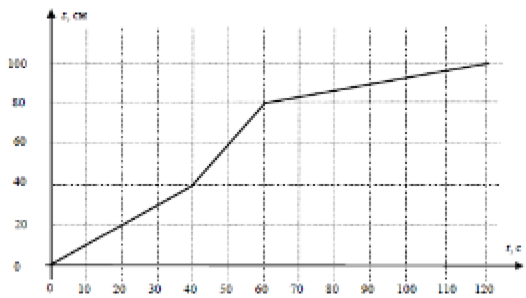


Рисунок 36б. Зависимость пройденного пути *s*(*t*) от времени

Это пример задачи, который тоже не требуется дополнительных построений, а необходимо лишь правильно «прочесть» рисунок.

Из графиков видно, что на первом участке (0 – 40 с) изменение координаты *x* равно пройденному вездеходом пути. Это означает, что движение происходило вдоль длинного края стола. На втором участке (40 –60 с), координата *x* не изменялась, но путь продолжал увеличиваться. Такое возможно, если вездеход двигался в направлении, перпендикулярном оси *X*,причѐм часть времени он может ехать в одну сторону, а часть в обратную. На третьем участке (60 - 120 с) уменьшение координаты *x* совпало с изменением пройденного пути. Следовательно, вездеход вновь двигался вдоль длинной стороны стола, но в направлении противоположном первоначальному.

Максимальную скорость вездеход имел на втором участке (самый большой угловой коэффициент наклона графика пути от времени). Из графика находим значение $\boldsymbol{\upsilon_{макс} = 2{,}0}$ ***см/с.***

На втором участке смещение модели вездехода может принимать значения от нуля до ***40 см*** в направлении перпендикулярном оси ***X***.Изменение координаты *x* за все время движения составило ***20 см***, откуда, по теореме Пифагора, можно найти максимальное расстояние между точками старта и финиша ***45 см***. Таким образом, искомое расстояние лежит в пределах от ***20 см*** до ***45 см***.

Задача 8.3. Разное нагревание. 2016 год: В лаборатории провели измерения удельной теплоемкости пяти твердых тел, имеющих одинаковую массу. Изменений агрегатного состояния вещества в процессе эксперимента не происходило. Результаты измерений нанесли на график (Рисунок 37а), по одной оси которого откладывалась удельная теплоемкость ***c,*** а по другой количество теплоты ***Q***, подведѐнной к телам при их нагревании. К сожалению, масштаб по осям со временем был утрачен. Определите:

- какому телу было передано больше всего теплоты?
- у какого тела изменение температуры оказалось самым большим, а у какого самым маленьким?
- у каких тел изменения температуры оказались одинаковыми?

Примечание! Применять свои линейки для нанесения на график масштаба нельзя. Подобные решения будут оценены в ноль баллов.

Рисунок 37а. Условие

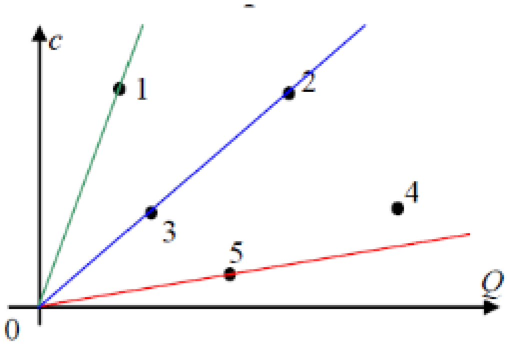


Рисунок 37б. Пояснение

Задача, по сути, точно такая же, что и **7.1 2016**.По осям отложены другие физические величины. Но алгоритм решения сохраняется. Тангенс угла наклона, а значит и сам угол наклона является величиной обратно пропорциональной изменению температуры тела. Из этого следует, что изменения температуры тел 2 и 3 одинаковы, что больше всего нагрелось тело 5, а меньше всего тело 1.

Задача 8.1. Качество дорог. 2013 год. Автомобиль ехал из деревни в город. Со временем качество дороги улучшалось. График зависимости пройденного пути L от скорости v приведен на рисунке 38. Определите среднюю скорость автомобиля за все время движения, если скорость $\mathbf{v_0}$ **= 22 км/ч.**

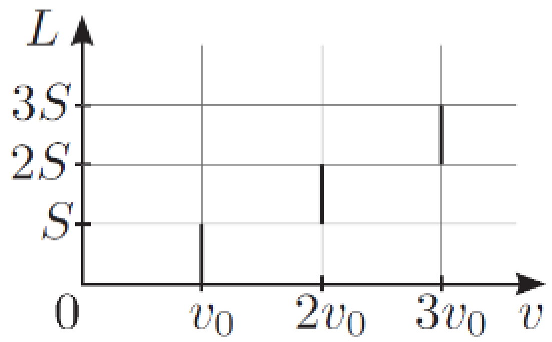


Рисунок 38.

Задачу опять смело можно отнести к категории «уметь смотреть». Из данных отмеченных на графике выражаем t_1, t_2, t_3 через S и v_0. После чего находим общее время и выражаем среднюю скорость.

Задача 8.4. Нить и кусок льда. 2013 год: В большом сосуде с водой находится кусок льда с вмороженными в него маленькими стальными шариком и тонкой легкой невесомой нитью. Кусок погружен в воду полностью и прикреплен с помощью конца нити ко дну сосуда. В сосуде находится нагреватель постоянной мощности. Вся система теплоизолирована и в начальный момент времени находится в тепловом равновесии. На графике (Рисунок 39) представлена зависимость силы натяжения нити T от времени t с момента включения нагревателя. Плотность воды, льда, стали, а так же удельную теплоту плавления льда взять из таблицы.

Найдите:

- мощность нагревателя N;
- массу льда в куске в начале эксперимента;
- Изменение объема системы (вода + кусок льда с шариком) за время от начала эксперимента до момента, когда сила T натяжения нити обратится в ноль.

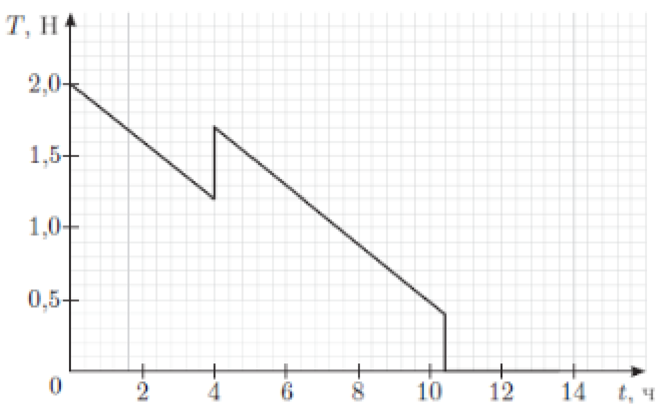


Рисунок 39.

Давайте разберем, какую именно информацию мы можем получить из этого графика. В первые четыре часа натяжение нити линейно уменьшалось. Записав второй закон Ньютона, и сделав математические преобразования, можно получить:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \left(\frac{\rho_в}{\rho_л} - 1\right) g \frac{\Delta m_л}{\Delta t} \qquad (36)$$

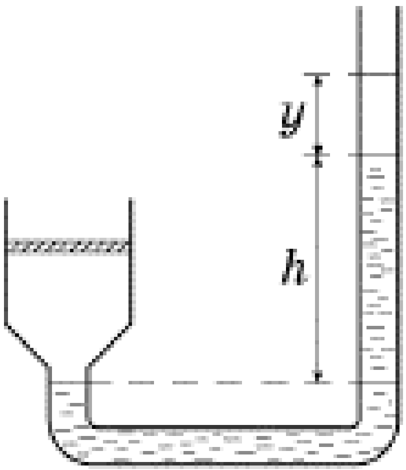
Мощность нагревателя расходуется на таяние льда:

$$N = \lambda \left|\frac{\Delta m_л}{\Delta t}\right| = \frac{\lambda}{g} \frac{\rho_л}{\rho_в - \rho_л} \left|\frac{\Delta T}{\Delta t}\right| \qquad (37)$$

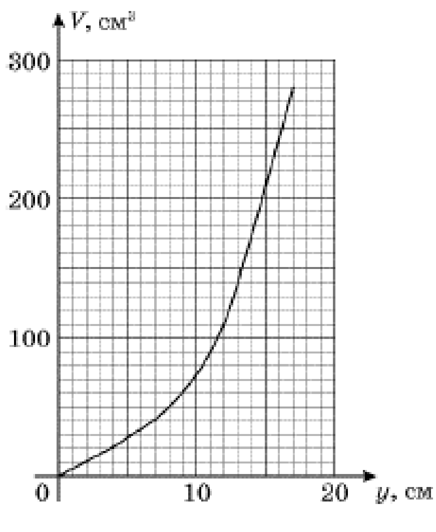
В момент времени 4 часа происходит скачек натяжение нити, это может произойти только из-за выпадения шарика. Величина скачка будет определять массу шарика.

В момент времени 10 часов 24 минуты на графике изображен еще один обрыв, это значит, что в это время нить отделилась от шарика, величина скачка в этом случае будет определять массу не растаявшего к этому времени льда.

Задача 9.2. **Масса поршня. 2018 год:** Цилиндрический сосуд с поршнем соединен коническим переходником с трубкой постоянного сечения. Разность уровней воды в правом и левом колене ***h = 20 см*** (Рисунок 40а). В трубку медленно наливают воду, измеряя объём ***V*** добавленной воды и подъём уровня *y* в правом колене. С помощью графика зависимости ***V*** от ***y***(Рисунок 40б). Найдите массу поршня, и объём конической части сосуда. Трение между поршнем и цилиндром не учитывайте. Плотность воды ***ρ = 1,0 г/см³ , g = 10 м/с²***(2)



(Рисунок 40а)



(Рисунок 40б)

В данном случае график полностью не является линейным, так как у трубы не постоянное сечение. Но содержит две линейных части, в начале и конце. В начале вода наливается сначала в узкую часть воронки, а в конце в широкую. Поэтому:

$$\left(\frac{\Delta V}{\Delta y}\right)_{\text{нач}} = 2s \qquad (38)$$

$$\left(\frac{\Delta V}{\Delta y}\right)_{\text{кон}} = s + S \qquad (39)$$

Коэффициент 2 в формуле 38 появляется из-за того, что вода прибавляется в обоих коленях сообщающегося сосуда. Аналогично в формуле 39 появляется сумма сечений. Дальнейший расчет проводится аналитически.

Задача 9.5. Ледяное пятно. 2016 год: Определите, какая максимальная масса $m_п$ водяного пара, взятого при температуре $\mathbf{100^0C}$, может потребоваться для нагревания льда, находящегося в калориметре, до температуры плавления (без плавления). Точная масса льда и его начальная температура не известны, но эти значения могут лежать в области, выделенной на диаграмме серым цветом (Рисунок 41а). Удельная теплота парообразования ***L = 2,30 МДж/кг***, удельная теплота плавления льда ***λ = 340 кДж/кг***, удельная теплоемкость воды ***c = 4 200 Дж/(кг·^{0}С)***, удельная теплоемкость льда ***c_1 = 2 100 Дж/(кг·^{0}С)***. Масса льда m на диаграмме приведена в условных единицах, показывающих, во сколько раз масса льда меньше, чем ***m_0 = 1 кг***. Теплоемкостью калориметра и потерями тепла пренебречь

Данная задача является примером, где график дан в «нестандартных» координатах. То есть по оси абсцисс отложена не масса, а безразмерная величина обратнопропорциональная массе. Мы знаем, что максимальное количество пара потребуется, в том случае, когда потребуется максимальное количество энергии. А значит из точки с координатами (0,0) необходимо провести прямую линиюпод максимальным углом (Рисунок 41б), так как:

$$\Delta t / \frac{m_0}{m} = \frac{\Delta t m}{m_0} \sim Q \qquad (40)$$

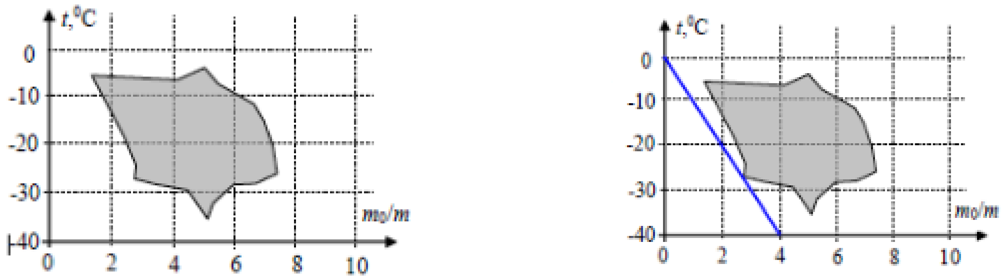
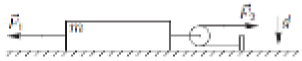
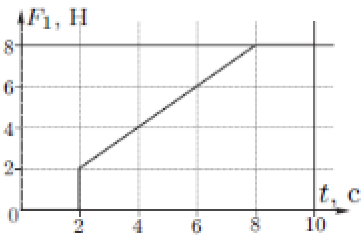


Рисунок 41а. Условие   Рисунок 41б. Пояснение

Задача 9.2. Туда-сюда. 2014 год: К системе (Рисунок 42а) прикладывают в указном направлении внешние силы $\boldsymbol{F_1}$ и $\boldsymbol{F_2}$, зависимости которых от времени даны (Рисунок 42б и 42в). Масса бруска ***m = 1 кг***, коэффициент трения между плоскостью и бруском ***μ = 0,4***, ускорение свободного падения ***g = 10 м/с²***. Нити лёгкие, нерастяжимые и длинные. Блок невесомый. На какоерасстояние переместится брусок за ***10 секунд***, если изначально он покоится?





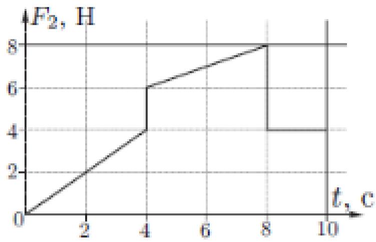
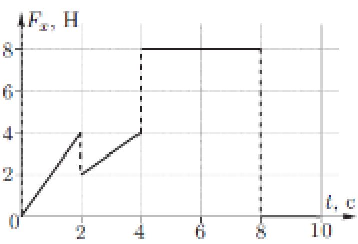


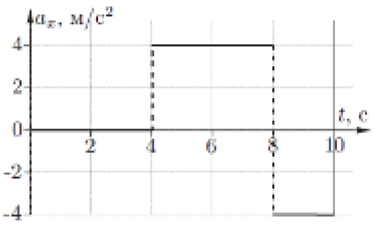
Рисунок 42а   Рисунок 42б   Рисунок 42в

Эта задача решается при помощи вычитания графиков и получения графика действия результирующей силы. С учетом того, что вторая сила действует через подвижный блок, получим (Рисунок 43а):

$$\boldsymbol{F_x = 2F_2 - F_1} \qquad (41)$$

Брусок сдвинется с места, когда суммарная внешняя сила превысит максимально возможную силу трения покоя, равную $\boldsymbol{F_{тр} = \mu mg = 4\ Н}$, тогда можем построить график ускорения (Рисунок 43б), а по нему график скорости (Рисунок 43в)





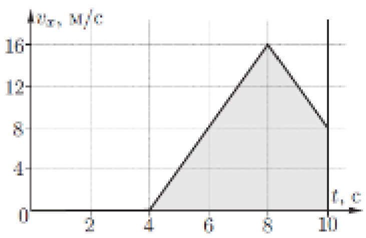


Рисунок 43а   Рисунок 43б   Рисунок 43в

Задача 10.4. Чёрный ящик. 2014 год: Теоретик Баг предложил экспериментатору Глюку определить схему электрического чёрного. ящика (ЧЯ) с двумя выводами. В ящике находятся два одинаковых диода и два разных резистора. Вольтамперная характеристика(ВАХ) .чёрного. ящика приведена на рисунок 44а, а ВАХ диода – на рисунке 44б.

Восстановите схему ЧЯ и определите сопротивление каждого из резисторов.

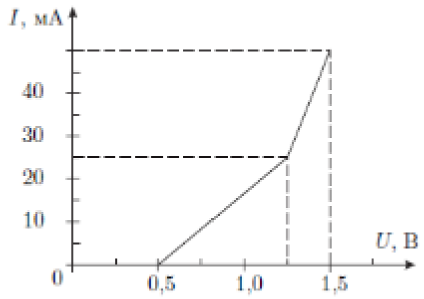


Рисунок 44а. ВАХ черного ящика

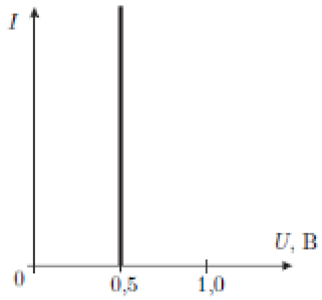


Рисунок 44б. ВАХ диода

Данная задача интересна, прежде всего, тем, что раньше мы не рассматривали задачи в координатах ***(I, U).*** Давайте проанализируем информацию, представленную на графике. Поскольку на ВАХ присутствуют два излома, то в цепи два диода включены последовательно. Так как ток через ЧЯ начинает течь при достижении напряжения ***0,5 В***, следует считать, что к одному из диодов параллельно не подключены резисторы. Для удобства дальнейшего анализа, перерисуем ВАХ чёрного ящика, исключив из неё участок с одиночным диодом (Рисунок 45).

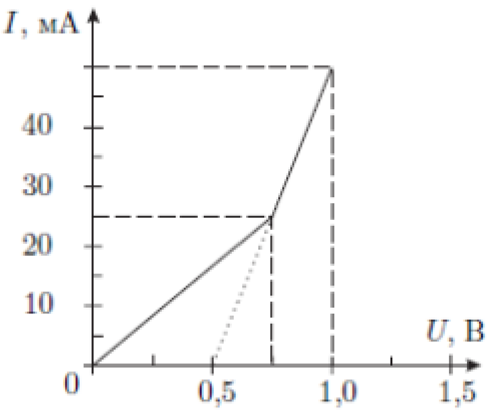


Рисунок 45.

Получим характеристику, изображенную на рис. 29. Так как теперь ВАХ содержит излом, а сила тока линейно зависит от напряжения, мы можем сделать вывод, что в цепи есть резистор, включенный параллельно диоду или диоду с последовательно соединенным с ним резистором. Вторая схема не соответствует фрагменту цепи ЧЯ, так излом ВАХ происходит при напряжении большем, чем напряжение открытия ***U_0 = 0,5 В***. Таким образом остается посчитать значения сопротивлений, зная как они соединены. Это не сложно сделать посчитав в данном случае котангенс угла наклона на участке от ***0*** до ***0,75 В (R₁ + R₂)*** и котангенс угла наклона на участке от ***0,75 В*** до ***1,0 В (R₁)***.

Задача 11.4. Задача 4. Циклический процесс. 2015 год: На рисунке 46 представлен график циклического процесса. Рабочее тело – многоатомный идеальный газ. Найдите КПД этого процесса.

Примечание: процесс с постоянной теплоёмкостью C называется политропическим и для идеального газа задаётся уравнением:

$$\boldsymbol{pV^{\frac{C_p - C}{C_V - C}} = const} \qquad (42)$$

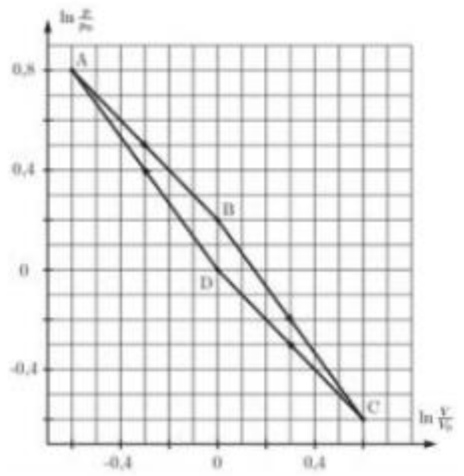


Рисунок 46

В этой задаче, так же необходимо посчитать тангенсы углов наклона. Для отрезков AB и CD получим:

$$\frac{\boldsymbol{ln}\left(\frac{p}{p_0}\right)}{\boldsymbol{ln}\left(\frac{V}{V_0}\right)} = \mathbf{1}, \text{ следовательно,} \mathbf{pV=p_0V_0} \qquad (43)$$

Значит, отрезки AB и CD являются изотермами. Для отрезков BC и AD получим:

$$\frac{\boldsymbol{ln}\left(\frac{p}{p_0}\right)}{\boldsymbol{ln}\left(\frac{V}{V_0}\right)} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}, \text{ следовательно, } \mathbf{p}\boldsymbol{V^{\frac{4}{3}}}\mathbf{=p_0}\boldsymbol{V_0^{\frac{4}{3}}} \qquad (44)$$

Значит, отрезки ***BC*** и ***AD*** являются адиабатами.

При решении задач представленных в этой главе учащемуся необходимо уметь работать с графиками:

- экстраполировать график;
- определять угловой коэффициент наклона прямой;
- строить касательные;

- вычислять площадь под графиком функции.

Кроме того учащийся должен правильно интерпретировать полученные им в результате работы с графиком численные значения.

ГЛАВА 3. ЗАДАЧИ, В УСЛОВИИ КОТОРЫХ ДАНА ТАБЛИЦА ДАННЫХ

В этой главе рассмотрены решения олимпиадных задач, в условиях которых была дана таблица зависимости одной физической величины от другой.

Работа непосредственно со значениями, приведенными в таблице, является достаточно трудной. Так как по числовым значениям сложно понять какова особенность протекания физического процесса. Построение графика зависимости одной физической величины от другой помогает решить эту проблему. Особенно это актуально в тех задачах, в которых дана линейная зависимость, с частично отсутствующими данными (в таблице имеются пустые клетки, и их необходимо заполнить), где присутствуют точки изменения условия протекания физического процесса. В данных задачах построение графика позволяет определить недостающие точки, или определить, где именно произошло изменение протекания физического процесса.

В этой главе, так же, приведены задачи с регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике и регионального этапа олимпиады Максвелла, в условиях которых был дан график.

Задача 7.1. Скорость света. 2015 год: Экспериментатор Глюк исследовал движение солнечного зайчика, который изначально покоился, затем с постоянной скоростью перемещался вдоль прямой, а в конце пути опять замер. Глюк раз в минуту записывал в таблицу координату зайчика. Правда, несколько раз он отвлекался и пропустил несколько измерений (Таблица 2).

t, мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x, м	0	0	-	7	-	-	-	47	-	-	50

Таблица 2.

Помогите экспериментатору определить, в какой момент зайчик начал движение. С какой скоростью зайчик перемещался? Как долго он перемещался? Кроме этого, заполните пропуски в таблице 2.

Из-за редких измерений из таблицы сразу не ясно, в какой момент зайчик начал движение, а в какой – остановился. Построим график зависимости координаты от времени (Рисунок 47) и по нему найти время $\boldsymbol{t}$ движения. По коэффициенту наклона графика найдём скорость движения зайчика: $\boldsymbol{\upsilon = 10}$ ***м/мин***. Разделив перемещение $\boldsymbol{x = 50}$ ***м*** на скорость $\boldsymbol{\upsilon}$, найдём полное время движения $\boldsymbol{t_0 = 5}$ ***мин***. Время начала движения можно определить по перемещению за ***3-ю минуту***. Оно составляет *7 метров*, следовательно, зайчик двигался 0,*7 минут*. Время старта ***2,3 мин*** от начала измерений. Наместе пропусков должны быть числа ***0 м, 17 м, 27 м, 37 м, 50 м и 50 м*** соответственно

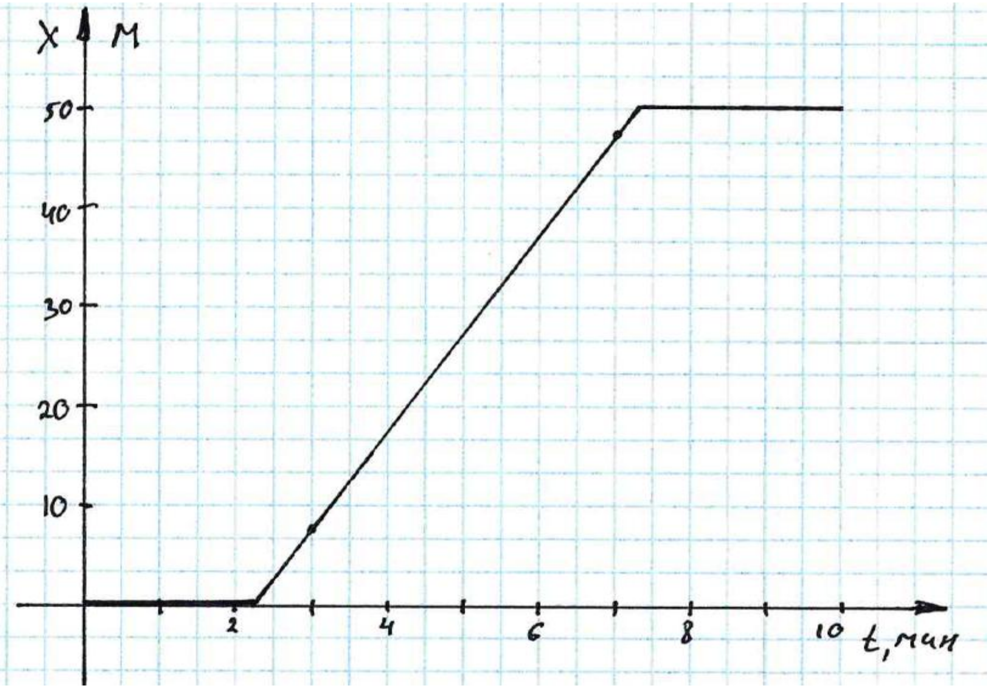


Рисунок 47

Задача 8.2. Неизвестное в неизвестном. 2015 год: Экспериментатор Глюк проводил опыт по погружению кубика изготовленного из неизвестного материала в жидкость неизвестной плотности (Рисунок 48). В таблицу 3 он занёс показания динамометра, соответствующие различным глубинам погружения кубика. Некоторые значения силы он забыл и не стал их вносить в таблицу.

По результатам измерений определите плотность кубика и плотность жидкости.

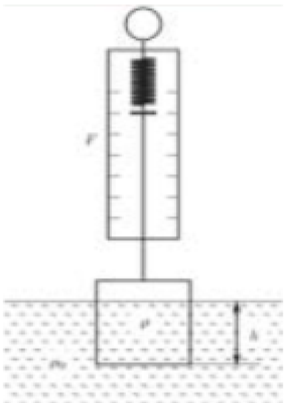


Рисунок 48.

h, см	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, Н	8,74	8,09	-	-	-	-	4,48	4,19	3,93	3,93
Таблица 3										

Это еще один пример задачи с неполными данными. И как в предыдущей задаче не ясно, в какой момент тело погружается в жидкость полностью. Построим график зависимости силы натяжения динамометра от глубины погружения(Рисунок 49) и по нему найти высоту кубика. Значения силы в точках ***0,1,6,7*** ложатся на одну прямую. Это значит, что высота кубика больше ***7 см***. А вот точки ***8*** и ***9*** дают уже горизонтальную прямую – это говорит, о том, что на глубине ***8 см*** кубик уже полностью погружен в жидкость. Определив точку пересечения этих прямых, мы найдем высоту кубика: ***7,4 см***. Это позволяет найти плотность материала, из которого изготовлен кубик***:≈ 2,2 г/см^3***.По мере погружения кубика в жидкость сила Архимеда будет возрастать, а показания динамометра уменьшаются. Это будет продолжаться до тех пор, пока кубик полностью не погрузится в жидкость. Максимальная сила Архимеда***4,81 Н*** действует на весь объем кубика. Следовательно, плотность жидкости***1,19 г/см^3.***

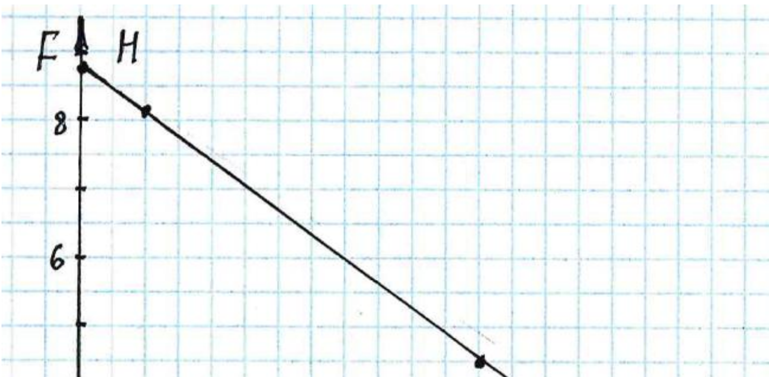


Рисунок 49

Задача 8.4. Шарики. 2016 год: В цилиндрическом стакане находилось 4 шарика (Рисунок 50). Экспериментатор аккуратно с помощью шприца добавлял в стакан жидкость и заносил в таблицу 4 значения высоты уровня жидкости в стакане в зависимости от объема добавленной жидкости. Известно, что в процессе эксперимента шарики не всплывали. По результатам измерений определите площадь сечения стакана и объем одного шарика.

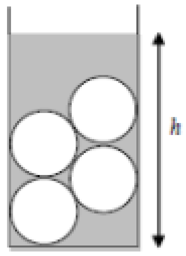


Рисунок 50

V, см^3	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
h, см	0	1,2	2,7	4,1	5,3	7,0	9,0	10,5	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0

Таблица 4

По табличным данным построим график зависимости $\boldsymbol{h(V)}$(Рисунок 51).

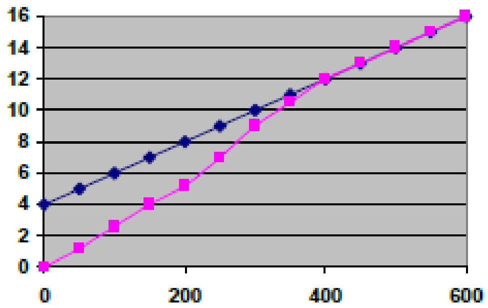


Рисунок 51

Из графика следует, что линейный характер этой зависимости начинается после объема 400 см^3, и добавляемая жидкость распределяется по всему сечению сосуда равномерно. По угловому коэффициенту наклона этой части графика найдѐм площадь сечения сосуда:

$$\Delta \boldsymbol{S} = \frac{\Delta \boldsymbol{V}}{\Delta \boldsymbol{h}} = \mathbf{50\ см^2} \qquad (45)$$

Проведѐм экстраполяцию линейного участка до нулевого объема добавленной жидкости. В результате получим значение высоты «нулевого» уровня $\boldsymbol{h_0 = 4}$ ***см***. Это позволяет найти суммарный объем четырех и объем одного шарика. ***50 см^3*.**

Задача 9.3. Трехцилиндровый. 2016 год: Тело, склеенное из трех соосных цилиндров (Рисунок 52) разного поперечного сечения и разной высоты, погружают в некоторую жидкость и снимают зависимость силы Архимеда ***F,*** действующей на тело, от глубины ***h*** его погружения (Таблица 5). Известно, что площадь сечения самого узкого (не факт, что самого нижнего) цилиндра ***S= 10 см²***. Постройте график зависимости ***F(h)*** и с его помощью определите высоту каждого из цилиндров, площади сечения двух других цилиндров и плотность жидкости. В процессе эксперимента ось вращения цилиндров оставалась вертикальной, ***g = 10 м/с²***.

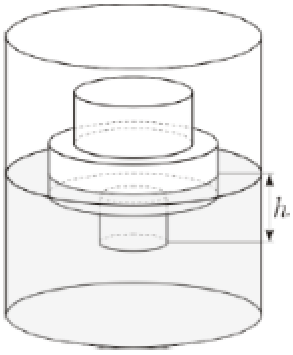


Рисунок 52

h, см	0	1	3	6	8	11	12	13	15	17	18	20	21	22	23	25	27
F_a, Н	0	0.3	0.9	1.8	2.4	3.6	4.2	4.8	6.0	7.2	7.3	7.5	7.6	7.7	7.8	7.9	7.9

Таблица 5

График зависимости ***F*(*h*)** (Рисунок 53) имеет три излома, которые соответствуют изменению площади сечения тела и полному его погружению.

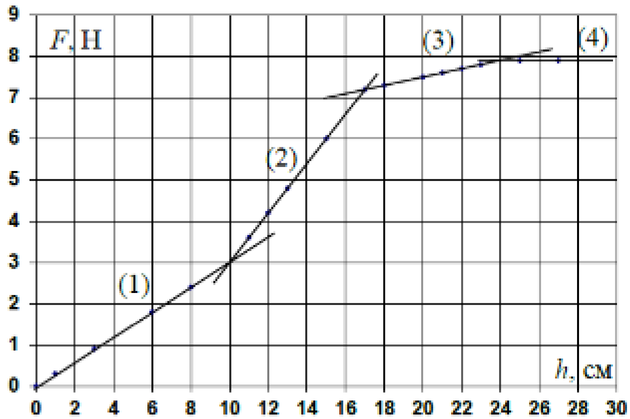


Рисунок 53

Заметим, что положение изломов находится путем экстраполяции линейных зависимостей до их пересечения (в точках ***10 см, 17 см и 24 см***), поэтому опираться только на табличные данные при определении высот цилиндров нельзя. В области с ***h < 24 см*** самый пологий участок графика третий, следовательно, на нем наименьшая площадь поперечного сечения ***S***. Угловой коэффициент наклона первого участка в три раза больше, следовательно, его сечение ***3S = 30 см²***. На втором участке угловой коэффициент наклона больше в 6 раз, а его площадь сечения ***6S = 60 см²***. Длины цилиндров ***10 см, 7 см*** и ***7 см*** соответственно. Плотность жидкости можно определить, например, по третьему участку: ***ρ=1000 кг/м³.***

Задача 10.1. Время мощности. 2016 год: В результате проведенного эксперимента получена зависимость мощности ***N*** постоянной горизонтальной силы от времени ***t*** ее действия на изначально покоящийся на гладком горизонтальном столе брусок массы ***m***= 2 кг (Таблица 6). Некоторые измерения могли оказаться не очень точными.

- определите мощность силы в момент времени τ = 6 с;
- найдите значение силы *F*.

N, Вт	1,4	2,8	4,5	5,0	6,0	10,4	14,7	16,6	18,3
t, с	1,0	1,5	2,0	2,5	3,2	5,0	7,2	8,4	9,0

Таблица 6

При постоянной силе ***F*** мощность **N= F*v*=Fat=**$\frac{F^2}{m}t$, поэтому следует ожидать линейную зависимость ***N*(*t*).** Построим график ***N*(*t*)** по табличным данным (Рисунок 54). Методом медиан проведем наилучшую прямую из начала координат.

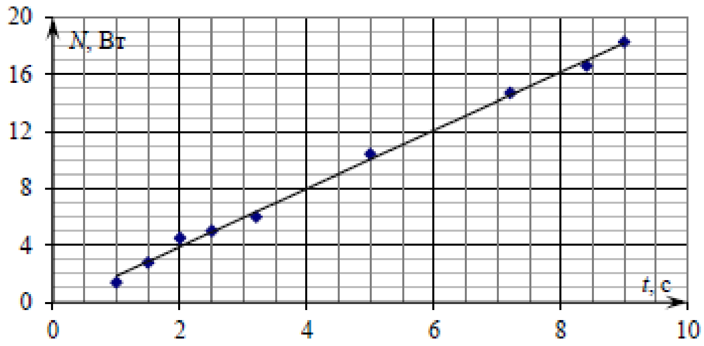


Рисунок 54

В момент времени ***τ = 6 с*** мощность должна составлять ***12 Вт.*** По угловому коэффициенту наклона графика $k = \frac{F^2}{m}$ = ***2 Вт/с*** определяем значение силы ***F = 2 Н***.

Задача 10.1. Цилиндр в мерном стакане. 2013 год: Деревянный цилиндр (Рисунок 55) диаметром ***d*** плавает в мерном стакане, внутренний диаметр которого ***D***. При этом нижний край цилиндра находится на уровне отметки V_{0H} = ***70*** мл, нанесенной на шкале мерного стакана, а уровень воды в стакане соответствует объему V_{0B}= *120 мл*. Если цилиндр плавно погружать в воду тонкой спицей так, чтобы его ось оставалась вертикальной, то уровень воды V_B в мерном стакане и положение V_H нижнего края цилиндра будет изменятся. В таблице 7 приведены экспериментальные данные (они, естественно, получены с некой погрешностью, не превышающей ***1 мл***).

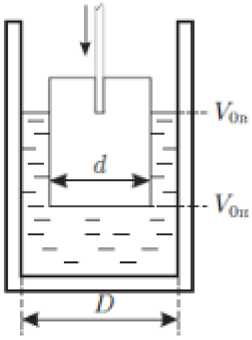


Рисунок 55

$V_Н$, мл	70	60	50	40	30	20	10	0
$V_В$, мл	120	127	134	140	147	150	150	150
Таблица 7								

С помощью этих данных определите:

- плотность дерева, из которого изготовлен цилиндр;
- отношение ***D/d;***
- объем в стакане до погружения в нее деревянного цилиндра.

В этой задаче построим график зависимости уровня воды в мерном стакане V_B, от положения нижнего края цилиндра V_H(Рисунок 56).

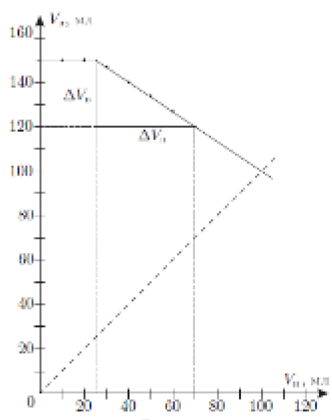


Рисунок 56

Из графика видно, что при V_B= ***150***мл уровень воды перестает меняться. При этом уровне цилиндр полностью погрузится в воду. Этот момент наступит при V_H =

25 мл, то есть высоте цилиндра соответствует $L = 150 - 25 = 125$ ед. шкалы стакана. Из условия задачи следует, что в начальном состоянии, при свободном плавании цилиндра, высоте его погружения в воду части L_0 соответствует **50** ед. шкалы стакана. Отсюда находим плотность дерева $\rho = 400$ *кг/м*^{3}.

Из графика найдем угловой коэффициент наклона зависимости V_B (V_H):

$$\frac{\Delta V_B}{\Delta V_H} = -\frac{\text{с}}{S_1 - S_2} = -\frac{2}{3} \qquad (46)$$

Следовательно:

$$\frac{D}{d} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = 1.58 \qquad (47)$$

Объем воды в стакане так же найдем из графика. Уровень V_0 установится в тот момент, когда цилиндр будет полностью вынут из воды. Это точка пересечения двух прямых $V_0 = 100$ *мл*.

Проанализировав данные задачи, можно прийти к выводу, что если в условии дана таблица данных, то целесообразно при ее решении построить график зависимости физических величин приведенных в таблице. Это позволит получить дополнительную информацию по исследуемому процессу: точки перегиба, коэффициент углового наклона или просто необходимые значения физических величин.

ГЛАВА 4. ЗАДАЧИ, В УСЛОВИИ КОТОРЫХ ОТСУТСТВУЕТ ГРАФИК ИЛИ ТАБЛИЦА ДАННЫХ

В этой главе рассмотрим решение олимпиадных задач, в которых нет графической зависимости и таблицы значений физических величин.

Приведенные ниже задачи можно решить и аналитически, но построение графика в этих задачах позволит значительно упростить решение задачи и сэкономить время, которого в условиях написания олимпиады всегда не хватает. Кроме того построение графика может помочь понять, как именно протекает данный физический процесс.

В этой главе приведены некоторые задачи с регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике и регионального этапа олимпиады Максвелла. Так же рассматриваются задачи с «Московской олимпиады школьников» (2), задачника «Основы механики» под редакцией М.Ю. Замятнина (3), и сайта учителя физики Карамзина С.В. (6). В этих задачах приведено пояснение, как именно необходимо строить график в каждом отдельном случае. И как им впоследствии можно воспользоваться. В задачах представлено графическое решение, обоснование физического процесса, но не во всех из них приводится полное аналитическое решение.

Задача 7.2. На речке. 2018 год: Двигаясь вниз по реке, лодка под мостом обогнала плот. Через некоторое время она доплыла до пристани, быстро развернулась и, с прежней относительно воды скоростью, поплыла вверх по течению, где снова встретила плот на расстоянии $S_1 = 1100$ *м* от моста. Если бы с момента первой встречи с плотом лодка плыла с вдвое большей скоростью относительно воды, то их вторая встреча произошла на расстоянии $S_2 = 600$ *м* от моста. Определите во сколько раз скорость лодки v больше скорости течения реки u, и на каком расстоянии S от моста находится пристань.

Построим график движения лодки и пристани в системе отсчета относительно плота (Рисунок 57).

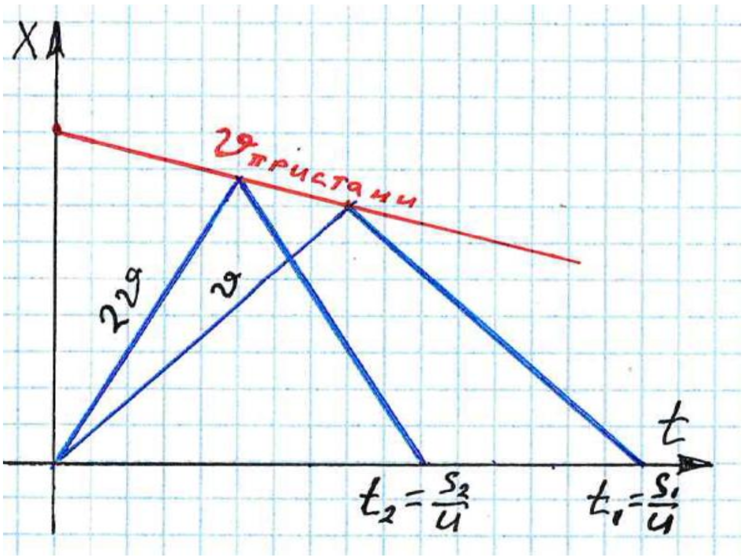


Рисунок 57

Эта система отсчета хороша тем, что в ней модуль скорости движения лодки по течению и против течения остается постоянным. Тогда очевидно, что время движение лодки от плота до пристани и обратно всегда будет одинаковое. Исходя из этого, можно записать уравнение движения лодки к пристани:

$$\boldsymbol{L = (2v + u)\frac{S_2}{2u} = (v + u)\frac{S_1}{2u}} \qquad (48)$$

Откуда получим, что скорость лодки в 5 раз больше скорости течения, а расстояние от моста до пристани равно ***3300*** метров.

Задача 7.2. Который путь длиннее? 2015 год: Первую треть пути автомобиль ехал со скоростью $\boldsymbol{v_1}$, а последнюю треть времени – соскоростью$\boldsymbol{v_3}$**.** На втором участке пути его скорость равнялась средней скорости движения на всём пути. Известно, что $v_1>v_3$.

Какой из участков самый короткий, а какой самый длинный?

На каком участке автомобиль находился дольше всего, а на каком – меньше всего?

Построим график зависимости пройденного телом пути от времени (Рисунок 58). На рисунке пунктиром изображена средняя скорость движения $\boldsymbol{v_{ср}}$.

Так как $v_1>v_2=v_{cp}>v_3$**.** То на первом участке прямая скорости пойдет «круче» прямой средней скорости. На втором - «так же». А на третьем – «плавнее».

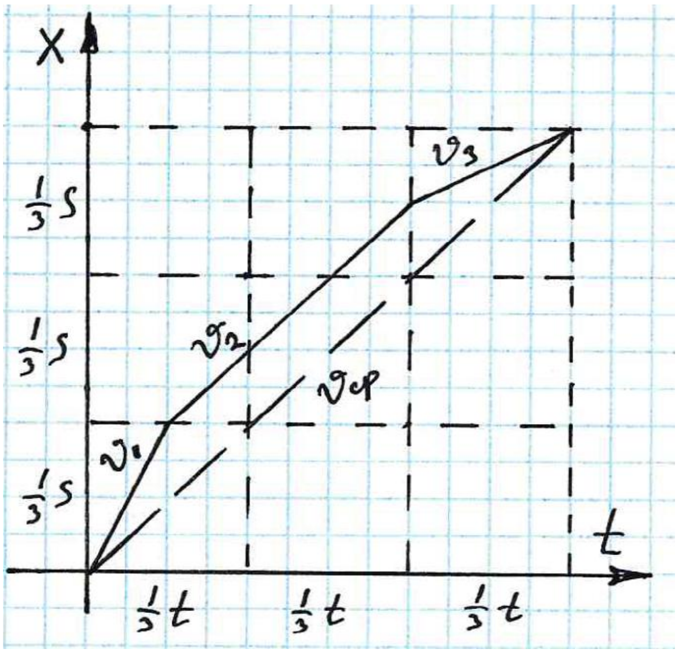


Рисунок 58

Из графика хорошо видно, что первый участок самый короткий, а второй самый длинный. Дольше всего автомобиль находился на втором участке. А меньше всего на первом.

Задача 7.4. С одним велосипедом. 2015 год: Группа туристов из 3 человек направилась из пункта *А* в пункт ***Б***, расстояние между которыми ***L= 22 км***. Попутных машин нет. В распоряжении группы есть один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше 2-х человек. Скорость движения пешим ходом составляет $\boldsymbol{\upsilon_0}$***=5 км/час***, при езде на велосипеде одного человека его скорость $\boldsymbol{\upsilon_1}$ ***= 20 км/час***, а при езде вдвоем – $\boldsymbol{\upsilon_2}$***= 15 км/час***. Как должны действовать туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта ***Б***? Найдите это время.

Основной момент в этой задаче, как и в других задачах на наименьшее время в пути нескольких человек, это то, что туристы должны добраться в пункт ***Б*** одновременно. Построим график движения туристов от времени (Рисунок 59). Очевидно. Что велосипед должен быть всегда задействован, так как скорость движение на нем больше чем пешком.

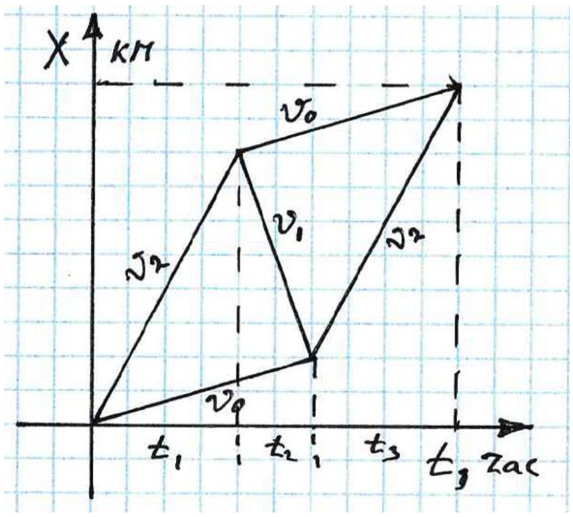


Рисунок 59

Теперь составляем уравнение движения мальчиков, из которых получаем $t_1=t_3=2.5t_2$. В этой задачи график больше поможет в понимания написания уравнений, нежели чем для решения задачи.

Задача 7.1. Ахиллес и черепахи. 2017 год: Вдоль длинной дороги с постоянной скоростью на равных расстояниях друг от друга колонной ползут черепахи. Мимо стоящего Ахиллеса в минуту проползает $n_1= 5$ черепах. Если Ахиллес побежит трусцой в сторону движения колонны, то он будет обгонять в минуту $n_2= 45$ черепах, а если он поедет на велосипеде навстречу колонне, то в минуту ему будет встречаться $n_3= 105$ черепах. Какое расстояние L успеет проползти черепаха за то время, за которое Ахиллес трусцой пробежит $S= 100$ *м*? Во сколько раз скорость Ахиллеса на велосипеде больше, чем при беге?

Построим график зависимости числа черепах от времени во всех трех случаях (Рисунок 60).

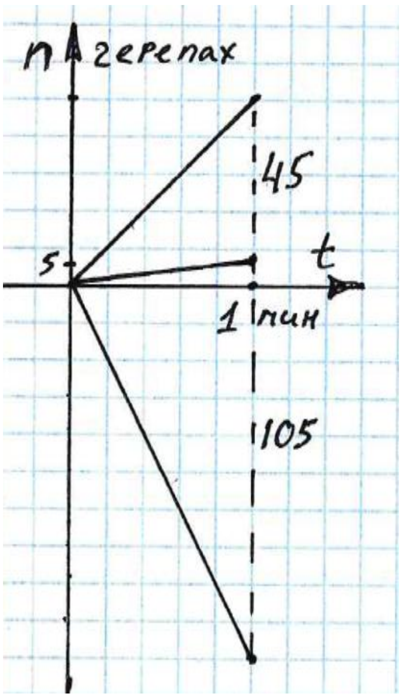


Рисунок 60

Из графика находим, что скорость Ахиллеса на велосипеде в два раза больше, чем когда Ахиллес бежит трусцой. А бежит трусцой он в 10 раз быстрее, чем ползут черепахи.

Задача 7.2. Белгород. Муниципальный этап. 20014 год: Три мальчика отправились пешком в летний лагерь отдыха из трех разных населенных пунктов, удаленных от лагеря на одинаковое расстояние L. Вася шел все время по ровной дороге с постоянной скоростью $\mathbf{v}$. Петя шел половину пути в горку со скоростью $0.5v$, а вторую половину пути с горки со скоростью v_2. Саша первую половину всего своего времени шел по полю со скоростью $0.5v$, а потом по асфальтированной дороге со скоростью v_3. Чему должны быть равны скорости v_2 и v_3, чтобы мальчики пришли в лагерь одновременно?

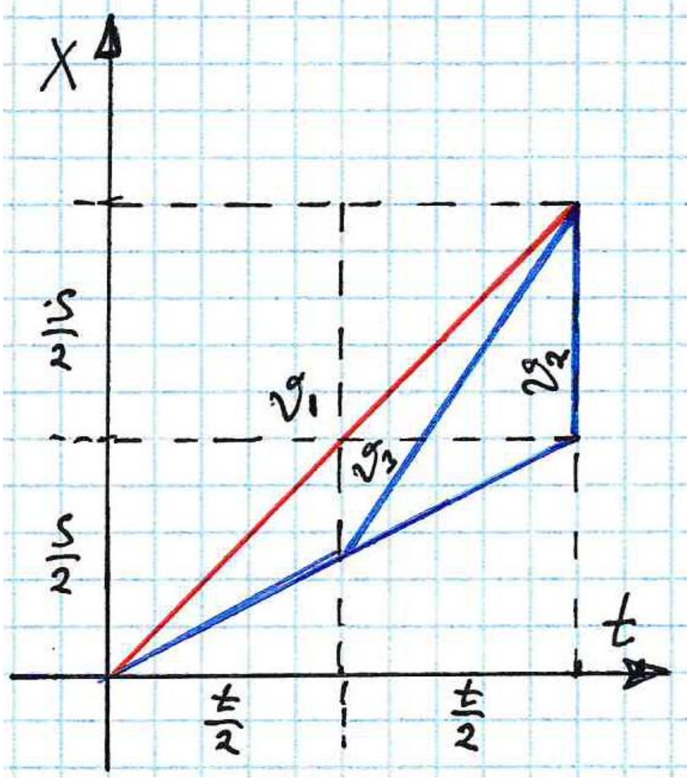


Рисунок 61

Изобразив график зависимости пройденного пути от времени трех мальчиков (Рисунок 61) мы увидим, что второй мальчик, за половину времени, двигаясь со скоростью в два раза, меньше прошел лишь четверть пути, а это значит, что на втором участке его скорость должна быть равна v_3*=0.75S/0.5t=1.5v*. Третий мальчик на первую половину пути потратит столько же времени, сколько первый и второй на весь путь, а значит, он не сможет прийти одновременно с ними.

Задача 7.1. Противостояние Марса. 2014 год: В момент противостояния Солнце, Земля и Марс находятся на одной прямой (Земля между Солнцем и Марсом). Продолжительность земного года ***T = 365 суток***, марсианского — в ***k =1,88*** раза больше. Считая, что планеты обращаются вокруг Солнца по круговым орбитам с общим центром, лежащим в одной плоскости, найдите минимальный промежуток времени ***τ,*** между двумя последовательными противостояниями. Планеты движутся в одну сторону.

Построим график зависимости (в долях) пройденного пути планет от времени (Рисунок 62). Из этого графика необходимо найти координату точки пересечения ***A***, учитывая, что тангенс угла наклона прямой движения Марса в 1,88 раз меньше чем у Земли.

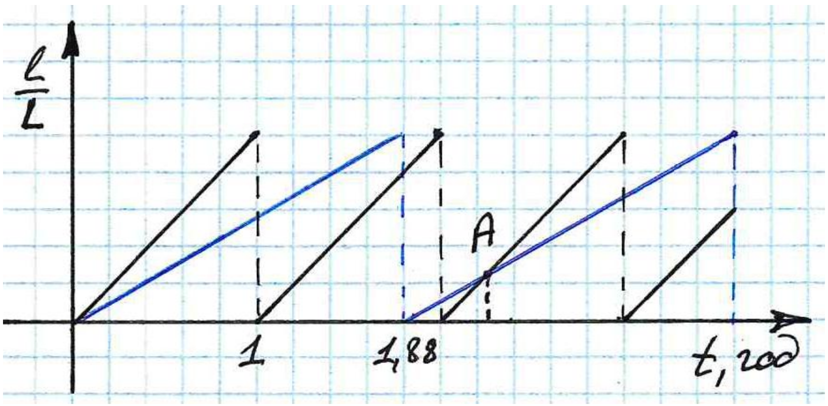


Рисунок 62

Задача. Средняя скорость. Автомобиль первую половину пути ехал со скоростью$\boldsymbol{V_1 = 40}$ ***км/***ч, а оставшуюся часть – со скоростью $\boldsymbol{V_2 = 60}$ ***км/ч***. Найдите среднюю скорость автомобиля за вторую половину времени его движения (6).

Для решения этой и следующей задачи построить график зависимости скорости от времени, а не пройденного пути от времени (Рисунок 63)

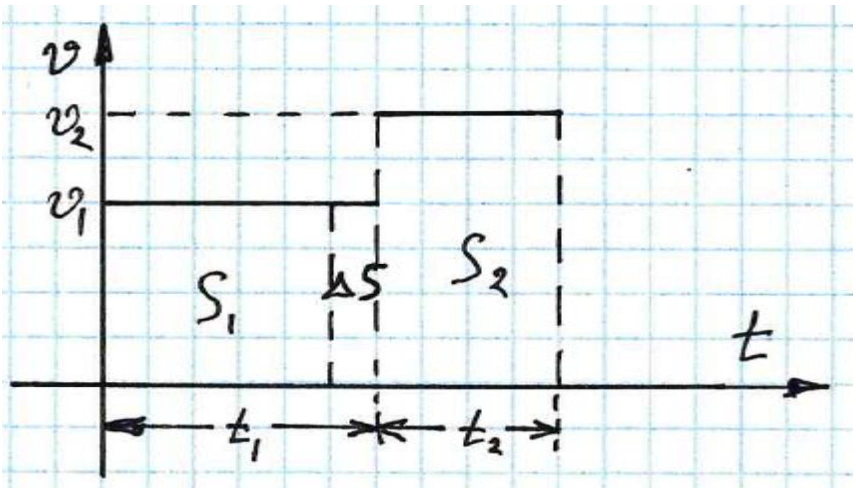


Рисунок 63

Тогда учитывая, что $\boldsymbol{S_1 = S_2}$, мы получим $\boldsymbol{t_1 = 1.5\ t_2}$, от куда $\boldsymbol{t_{cp} = 1.25\ t_1}$, значит:

$$\boldsymbol{v_{cp}} = \frac{\Delta S + S_2}{\Delta t + t_2} = \mathbf{56}\ \text{км/ч} \qquad (49)$$

Задача. Средняя скорость 2. Из Серпухова в Чехов экспериментатор Глюк ехал на «Волге» с постоянной скоростью ***80 км/час***. На обратном пути трасса была загружена, и он ехал столько же времени, сколько затратил на путь от Серпухова до Чехова, со скоростью ***30 км/час***. Оставшийся участок пути оказался свободным, и

Глюк мчался со скоростью ***100 км/час***. Определите среднюю скорость автомобиля на всем пути от Серпухова до Чехова и обратно (6).

Из графика (Рисунок 64) составим уравнение равенства пройденного пути туда и обратно $S_1 = S_2 + S_3$, от куда найдем, что $t_2 = 0.5\ t_1$, зная отношение времен найдем среднюю скорость на всем пути $v_{ср} = 64$ ***км/час***.

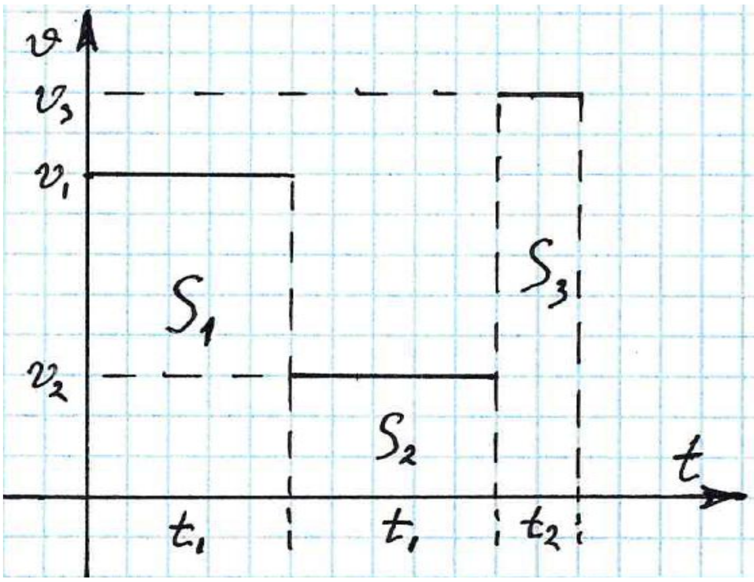


Рисунок 64.

Задача 2.266. Основы механики под редакцией М.Ю. Замятнина: Житель девятого этажа вышел из своей квартиры в тот момент, когда лифт начал движение со второго этажа. Не желая терять времени, житель начал спускаться пешком со скоростью 6 этажей в минуту. Оказавшись на 5 этаже, он услышал, что лифт освободился на одном из верхних этажей, и решил вызвать его и продолжить путь дальше на лифте. Ожидание лифта на пятом этаже у него заняло 28 секунд. Разумно ли он поступил с точки зрения экономии времени, решив поехать с 5 этажа вниз на лифте, а не продолжив путь пешком? Сколько времени он выиграл или проиграл? Считайте, что лифт движется равномерно, а временем остановки лифта и открыванием дверей можно пренебречь. Скорости спуска и подъема лифта одинаковы по абсолютной величине (3).

В этой задаче график (Рисунок 65) наглядно помогает ответить на вопрос «разумно ли поступил житель».

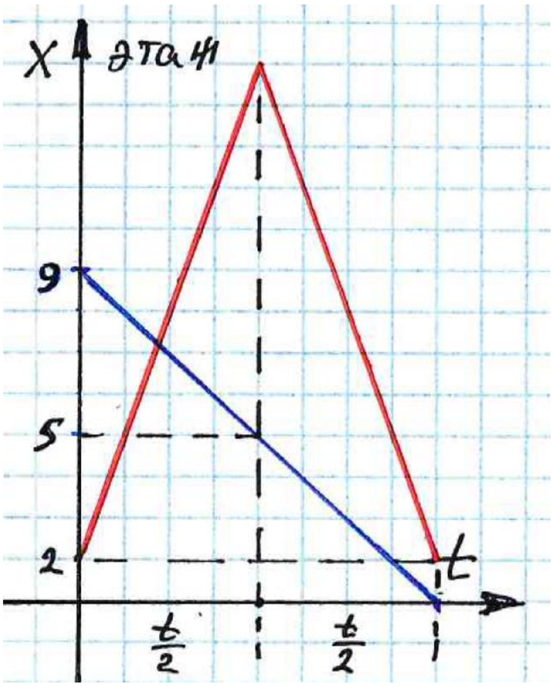


Рисунок 65.

Очевидно, что нет. Так как, дойдя до 5 этажа, житель прошел половину пути, а значит, потратил половину времени. Следовательно, лифт половину времени ехал вверх. Поэтому за то время, которое потребовалось бы жителю, чтобы спустится до первого этажа, лифт спустится только до второго. В независимости от значений скоростей лифта и жителя.

Задача 2.268. Основы механики под редакцией М.Ю. Замятнина: Когда хвост уползающего Удава поравнялся с пальмой, под которой сидела Мартышка, она, решив измерить длину Удава, побежала вдоль Удава и положила банан рядом с его головой. Затем Мартышка побежала обратно и положила второй банан рядом с кончиком его хвоста. Потом пришел Попугай и измерил расстояние от пальмы до каждого из бананов, которые оказались равными 16 и 48 Попугаев. Найдите длину Удава в Попугаях, а также, во сколько раз Мартышка бегает быстрее, чем ползет Удав (3).

В этой задаче достаточно нестандартный график (Рисунок 66).

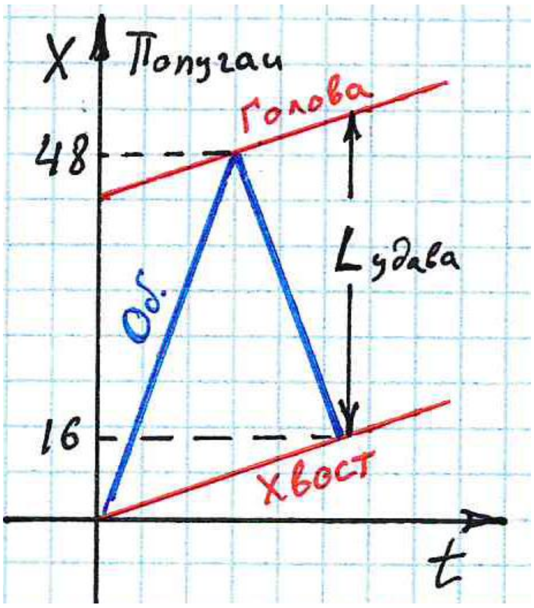


Рисунок 66.

Так как мы не можем пренебречь размерами Удава, то построим движение его головы и хвоста, а так же движение Мартышки относительно пальмы, под которой сидела Мартышка. Тогда можно записать два уравнения для встречи Мартышки с головой и хвостом Удава:

$$\frac{\mathbf{48-}\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{u}} = \frac{\mathbf{48}}{\boldsymbol{v}} \qquad (50)$$

$$\frac{\mathbf{16}}{\boldsymbol{u}} = \frac{\mathbf{48+32}}{\boldsymbol{v}} \qquad (51)$$

Из второго уравнения получаем $\boldsymbol{v} = \mathbf{5}\boldsymbol{u}$, из первого ***L = 38,4*** Попугая.

Задача 7.4. Шарик с гелием. 2014 год: Шарик накачали гелием. Масса газа составляет ***20%*** от массы всего шарика. Через день, когда часть гелия просочилась через стенки, объём шарика уменьшился в 2 раза, а масса гелия стала составлять ***10%*** от массы всего шарика. Определите, во сколько раз изменилась средняя плотность воздушного шарика.

Для решения этой задачи построим график зависимости относительной массы m/m_0 от относительного объема V/V_0(Рисунок 67).

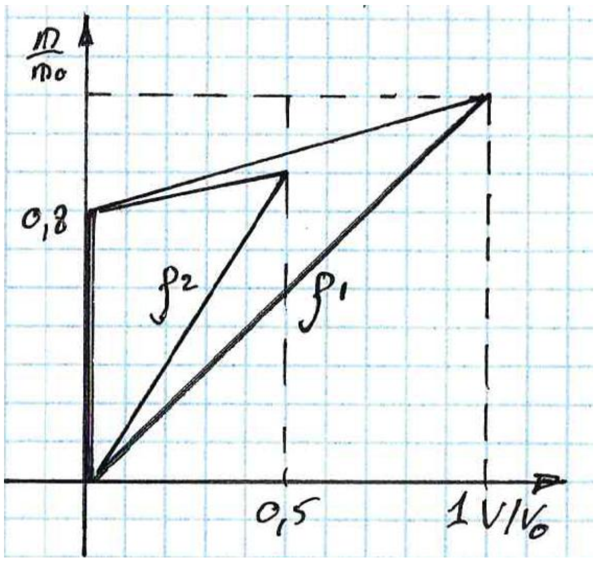


Рисунок 67

Объемом, который занимает резина, из которого изготовлен шарик, можно пренебречь. Из условия задачи определяем, что в начале $\boldsymbol{M_{гелия1} = 0{,}2M}$, $\boldsymbol{M_{шарика} = 0{,}8M}$, через день $\boldsymbol{M_{шарика} = 0{,}8M}$ (не изменилась), $\boldsymbol{M_{гелия2} = 1/9M_{шарика} = (8/90)M}$. Из чего следует:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{16}{9} \qquad (52)$$

Задача 7.3 Стержень. 2018 год: Половина (по длине) длинного стержня имеет линейную плотность $\boldsymbol{\lambda_1 = 60}$ ***г/дм***, а вторая половина $\boldsymbol{\lambda_2 = 20}$ ***г/д***м. Стержень разрезали поперек на две равные по массе части. Чему оказались равны средние линейные плотности получившихся частей?

Для решения этой задачи построим график зависимости массы $\boldsymbol{m}$ от длины стержня $\boldsymbol{l}$(Рисунок 68).

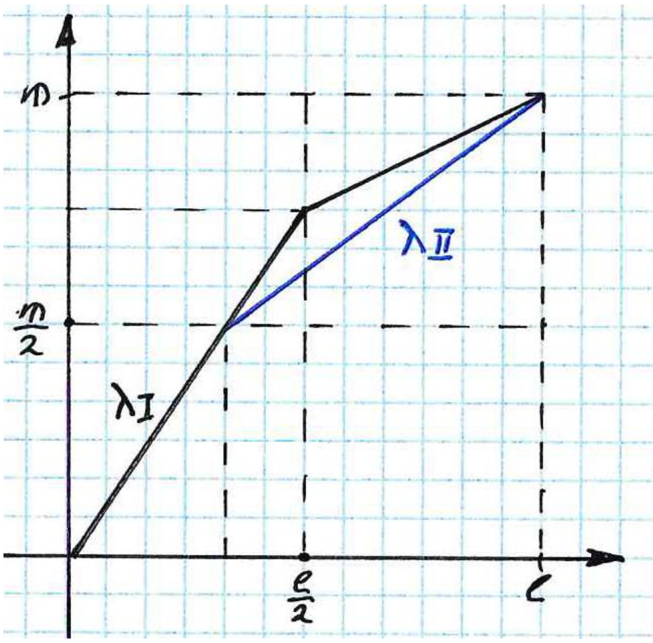


Рисунок 68

Из графика видно, что линейная плотность λ_I = ***60 г/дм*** не изменится, а линейная плотность второй части будет равен λ_{II} = ***30 г/дм***.

Задача 8.2.Проволока. 2018 год: Длинная проволока состоит из трех частей, соединенных последовательно друг за другом. Первая часть длиной в четверть от длины всей проволоки имеет линейную плотность λ_1 = ***30 г/дм***. Вторая часть массой в треть от массы всей проволоки имеет линейную плотность λ_2. Масса третьей части равна сумме масс первых двух. Определите среднюю линейную плотность $\lambda_{ср}$ всей проволоки. Какая минимальная линейная плотность λ_2 может быть у второй части проволоки?

Для решения этой задачи, так же, построим график зависимости массы m от длины стержня l (Рисунок 69).

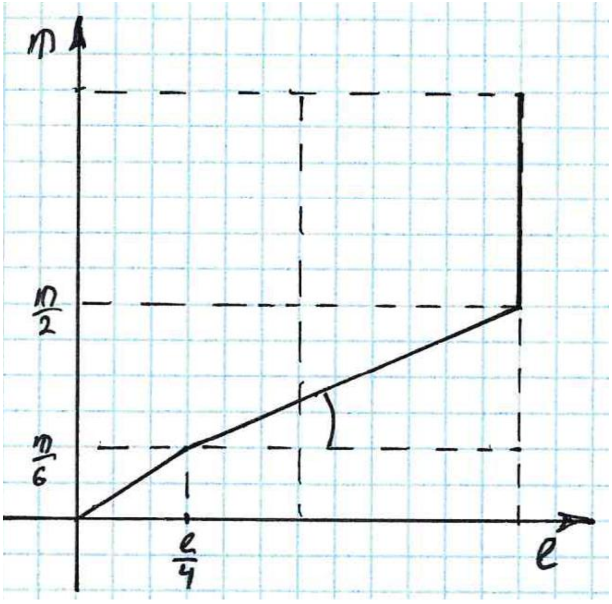


Рисунок 69

Из условия понятно, что $\boldsymbol{m_2=1/3m,\ m_3=1/2m}$, а значит $\boldsymbol{m_1=1/6m}$. Зная массу и длину первого участка определяем среднюю плотность $\boldsymbol{\lambda_{ср}=45}$ ***г/д***м. Минимальная линейная плотность $\boldsymbol{\lambda_2}$ у второй части проволоки будет тогда, когда график зависимости массы от длины на втором участке пойдет под минимальным углом. λ_2= ***1/3m/(3/4)l= 20 г/дм***.

Задача 8.4.Быстрее, но медленнее. 2018 год: Чайник с водой при температуре $\boldsymbol{t_0 = 20^0C}$ нагрелся на газовой горелке до $\boldsymbol{t_1 = 40^0C}$ за время $\boldsymbol{\tau_1 = 2}$ ***мин.*** Желая ускорить нагрев, половину воды вылили, и еще через $\boldsymbol{\tau_2 = 1}$ ***мин*** температура воды достигла $\boldsymbol{t_2 = 550C}$. Так как и это показалось медленным, вылили еще половину оставшейся воды, но при этом случайно задели кран горелки, вдвое убавив ее мощность. Через какое время $\boldsymbol{\tau_3}$ чайник все-таки нагреется до$\boldsymbol{t_3 = 100^0C}$? Потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

В этой задачи график зависимости теплоемкости системы от времени (рисунок 70) нужен для понимания написания уравнений.

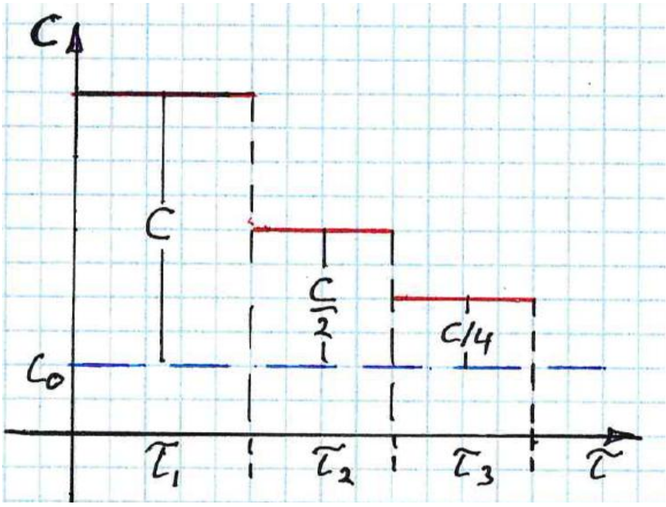


Рисунок 70

$$\begin{cases}(C_0 + C)\Delta\boldsymbol{t_1} = P\boldsymbol{\tau_1} \\ \left(C_0 + \frac{C}{2}\right)\Delta\boldsymbol{t_2} = P\boldsymbol{\tau_2} \\ \left(C_0 + \frac{C}{4}\right)\Delta\boldsymbol{t_3} = \frac{P}{2}\boldsymbol{\tau_3}\end{cases} \quad (53)$$

Задача 9.4. **Электротермодинамика. 2018 год.** Два цилиндрических проводника разной длины, но одинакового диаметра, изготовлены из меди. Их сопротивления и температуры (в градусах Цельсия) соответственно равны: $\boldsymbol{R_1}$**,** $\boldsymbol{R_2}$ **,** $\boldsymbol{t_1}$**,** $\boldsymbol{t_2}$. Проводники соединяют плоскими гранями (Рисунок 71). Каким окажется сопротивление составного проводника после того, как температуры его частей выровняются? Теплообменом с окружающей средой и тепловым расширением меди пренебречь.

Примечание: сопротивление проводника при температуре t равно: $\boldsymbol{R = R_0(1+ \beta (t-t_0))}$, где $\boldsymbol{R_0}$ – сопротивление проводника при $\boldsymbol{t_0 = 0\ ^0C}$; $\boldsymbol{\beta}$– температурный коэффициент сопротивления.

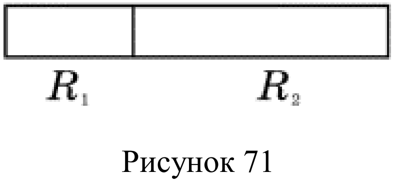


Рисунок 71

Построим график зависимости сопротивления от температуры (Рисунок 72).

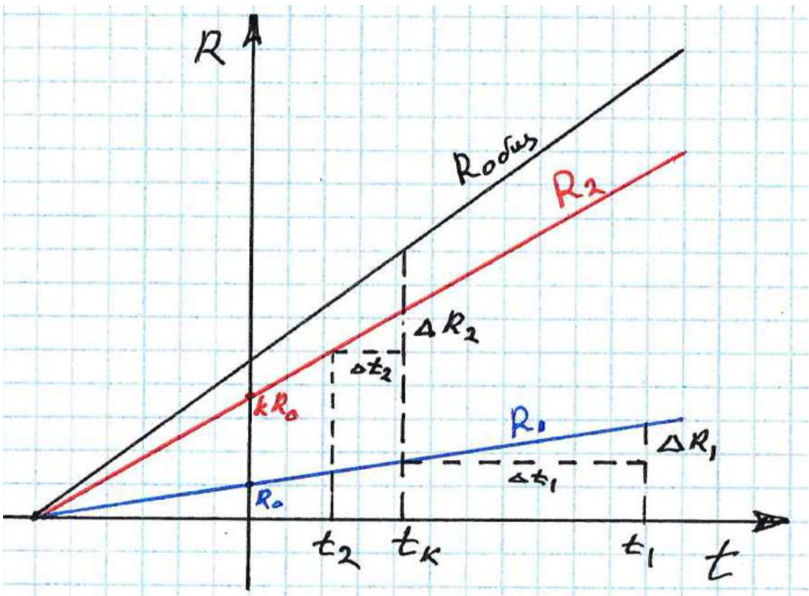


Рисунок 72

Пусть$\boldsymbol{t_1>t_2}$ (это ни как не повлияет на решение задачи). Введем коэффициент $\boldsymbol{k}$, равный отношению длин $\boldsymbol{k=L_2/L_1}$. Тогда при одной и той же температуре сопротивление $\boldsymbol{R_2 = k R_1}$. Так как теплоемкость тела также пропорционально длине, то $\boldsymbol{C2/C1=k}$. Рассмотрим нагревание второго проводника на произвольную температуру $\boldsymbol{\Delta t_2}$.Тогда его сопротивление увеличится на $\boldsymbol{\Delta R_2=kR_0\Delta t_2}$. Теперь рассмотрим изменение сопротивления первого проводника $\boldsymbol{\Delta R_1=R_0\Delta t_1}$, учитывая, что теплоемкость второго проводника в $\boldsymbol{k}$ раз больше, чем первого, получим связь между изменением температуры первого проводника и второго $\boldsymbol{\Delta t_1=k\ \Delta t_2}$, из чего следует $\boldsymbol{\Delta R_1=kR_0\Delta t_2}$, а значит $\boldsymbol{\Delta R_2=\Delta R_1}$. Это означает, что в не зависимости от начальных температур увеличение сопротивления одного проводника будет компенсироваться уменьшением сопротивления другого проводника $\boldsymbol{R = R_1 + R_2}$.

Задача 9.1. Безопасная дистанция. 2018 год: По прямому участку дороги с одинаковой скоростью $\boldsymbol{v}$ друг за другом едут две машины, одна из которых при торможении может двигаться с предельным ускорением $\boldsymbol{a_1}$, а другая с $\boldsymbol{a_2}$. Если с постоянным ускорение до полной остановки начинает тормозить водитель передней машины, то водитель задней реагирует и нажимает на педаль тормоза не сразу, а с задержкой $\boldsymbol{\tau= 0,3}$ ***с.*** В зависимости от того, какая из машин едет впереди, безопасные дистанции, исключающие столкновение между ними, оказываются равными $\boldsymbol{L_1 = 6}$ ***м*** или $\boldsymbol{L_2= 9}$ ***м***. Определите, с какой скоростью едут машины. Оцените разность ускорений $\boldsymbol{\Delta a}$ машин, если известно, что сами ускорения примерно равны $\boldsymbol{5}$ ***м/с***$^{\boldsymbol{2}}$.

Построим график движения автомобилей в обоих случаях (Рисунки 73а и 73б). Теперь сложим эти два графика, сместив второй на ***τ***вдоль оси абсцисс (Рисунок 73в).

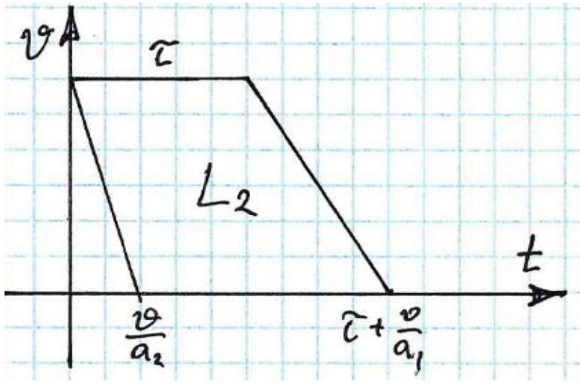


Рисунок 73а

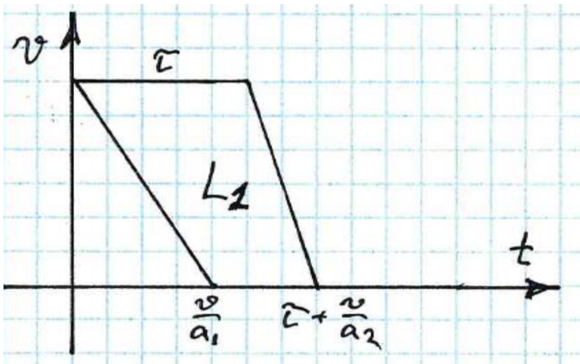


Рисунок 73б

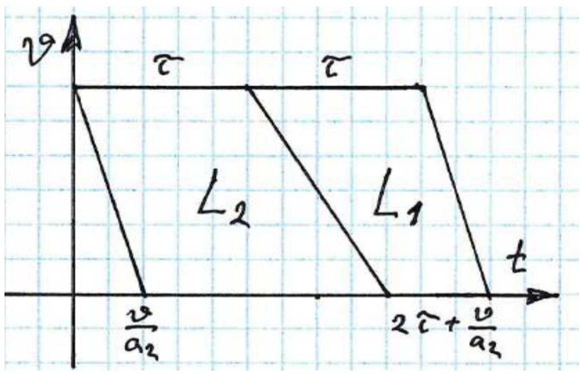


Рисунок 73в

Пользуясь рисунком 73в, получим $\boldsymbol{L_1 + L_2 = 2\,\tau\, v}$, откуда $\boldsymbol{v = 25}$ ***м/с***. Теперь определим разность ускорений. Для этого достроим график, изображенный на рисунке 73в (Рисунок 74) средней линией параллелограмма.

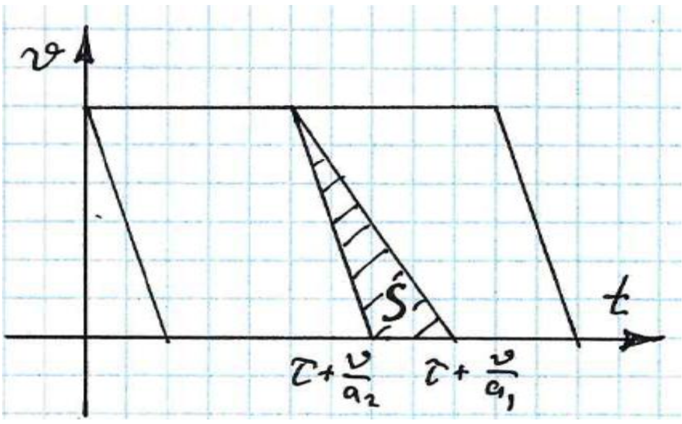


Рисунок 74

В результате площадь получившегося треугольника можно найти как:

$$\boldsymbol{S} = \frac{L_2-L_1}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{v}{a_2}-\frac{v}{a_1}\right)\boldsymbol{v} \qquad (54)$$

Откуда

$$\Delta \boldsymbol{a} = \frac{L_2-L_1}{v^2}\boldsymbol{a_1 a_2} = \boldsymbol{0.12}\ \text{м/с}^2 \qquad (55)$$

Задача 9.1. Минимальный путь. 2016 год: Автомобиль, едущий со скоростью $\boldsymbol{v_0}$, в некоторый момент начинает движение с таким постоянным ускорением, что за время $\boldsymbol{\tau}$ пройденный им путь $\boldsymbol{s}$ оказывается минимальным. Определите этот путь $\boldsymbol{s}$.

Построим график зависимости скорости автомобиля от времени (Рисунки 75).

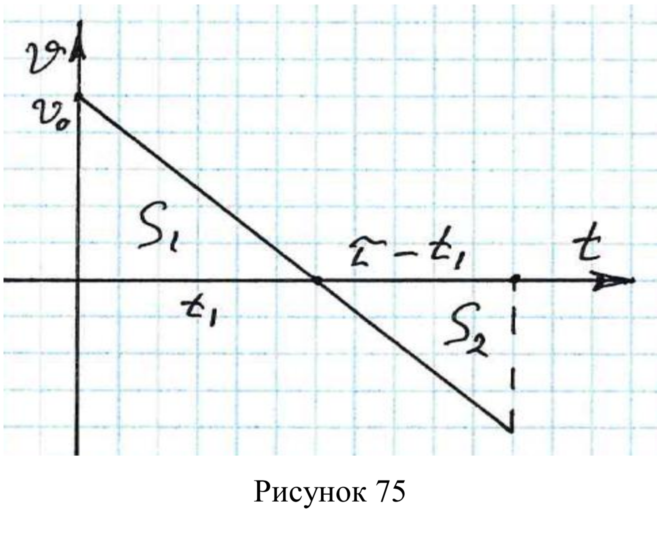


Рисунок 75

Путь, пройденный телом, будет равен сумме пройденных путей до остановки $\mathbf{S_1}$ и после $\mathbf{S_2}$**.**

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S_1} + \boldsymbol{S_2} = \frac{v_0 t_1}{2} + \frac{v_0}{t_1}\frac{(t_1-\tau)^2}{2} \qquad (56)$$

Посчитав производную от этого уравнения или выделив полный квадрат, получим что:

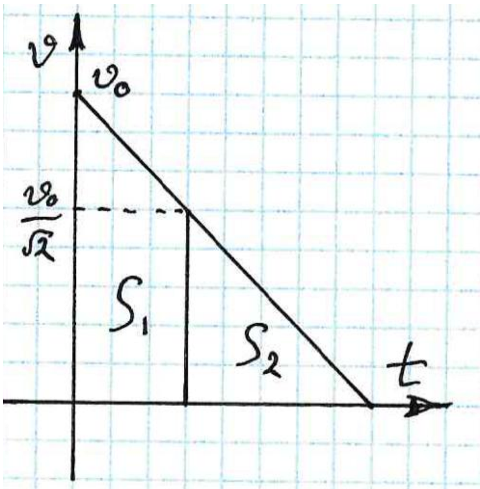
$$\boldsymbol{t_1 = \frac{\tau}{\sqrt{2}}}, \qquad (57)$$

$$\boldsymbol{S = \left(\sqrt{2} - 1\right)\tau v_0} \qquad (58)$$

Следующие две примера не являются полноценными задачами, но методы, описанные в них, могут помочь при решении многих задач.

Нахождение скорости на середине пути. Автомобиль, имеющий скоростью $\boldsymbol{v_0}$, начитает тормозить с постоянным ускорением $\boldsymbol{a}$ до полной остановки. Какую скорость будет иметь автомобиль, пройдя половину пути?

Построим график зависимости скорости автомобиля от времени (Рисунки 76).



Рисунки 76

Так как нас интересует скорость на середине пути, то $\boldsymbol{S_1=S_2=S/2}$, следовательно, коэффициент подобия равен

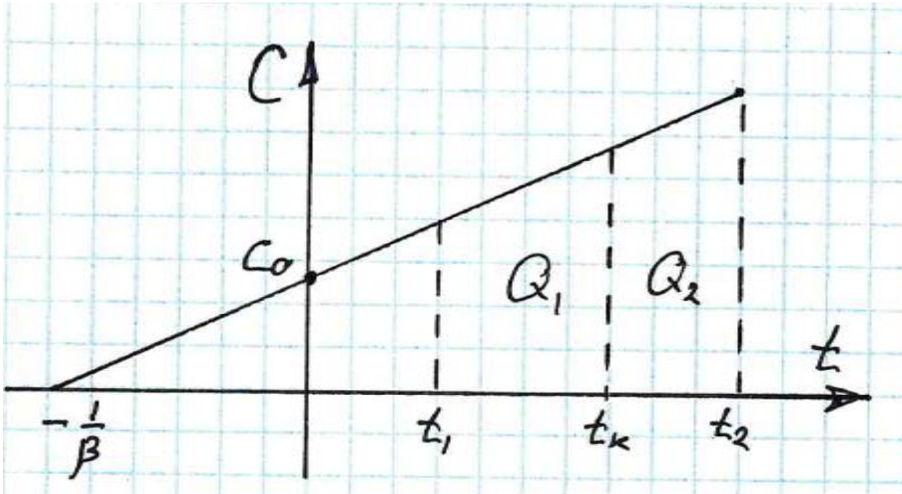
$$\boldsymbol{k = \sqrt{\frac{S_2}{S}} = \sqrt{\frac{1}{2}}}(59)$$

Из чего следует, что

$$\boldsymbol{v_{cp} = \frac{v_0}{\sqrt{2}}}(60)$$

Определение температуры тел переменной теплоемкости. Смешали две порции одинаковых жидкостей равной массы с начальными температурами $\boldsymbol{t_1}$ и $\boldsymbol{t_2}$ соответственно. Известно, что теплоемкость этой жидкости линейно зависит от температуры $\boldsymbol{c = c_0(1+ \beta\ (t\text{-}t_0))}$, $\boldsymbol{c_0}$ – теплоемкость жидкости при $\boldsymbol{t_0= 0\ ^0C}$; $\boldsymbol{\beta}$– температурный коэффициент теплоемкости. Определите установившуюся температуру смеси.

Построим график зависимости теплоемкости умноженной на массу одной порции жидкости от температуры (Рисунки 77).



Рисунки 77

Так как площадь под графиком теплоемкости определяет количество полученного или отданного тепла, то площадь фигуры ***Q₁*** будет равна количеству энергии полученной первой порцией жидкости, а площадь фигуры ***Q₂*** - количеству энергии отданной второй порцией жидкости. Учитывая закон сохранения энергии $|Q_1|=|Q_2|$, и решая эту задачу геометрически, получим:

$$t_K = \sqrt{\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{\beta}+t_1\right)^2+\left(\frac{1}{\beta}+t_2\right)^2\right\}}-\frac{1}{\beta} \qquad (61)$$

Задача 8.1 МосГор. 1998 год: Автомобиль в 12 час. 40 мин. находился на пути из Анискино в Борискино где-то между 25-м и 50-м километровыми столбами. Мимо отметки 75 км автомобиль проехал где-то между13 час. 50 мин. и 14 час. 20 мин. В 15 час. 10 мин. он находился между125-м и 150-м километровыми столбами. Когда следует ожидать прибытия автомобиля в Борискино, если он движется с постоянной скоростью, а на въезде в Борискино стоит километровый столб с отметкой 180 км? (2)

Эту задачу проще всего решать при помощи графического построения. Нарисуем прямоугольную систему координат положение автомобиля — время ***(x,t)*** и отметим на этом чертеже последовательные положения автомобиля настолько точно, насколько нам это позволяет условие задачи.

Мы знаем, что в 12 час. 40 мин. координата автомобиля x удовлетворяла неравенству ***25 км < x <50 км,*** то есть положение автомобиля в указанный момент времени изображается на чертеже вертикальным отрезком. Аналогично – отрезками

— изображаются и два других положения автомобиля, о которых идёт речь в условии. Известно, что при равномерном движении зависимость координаты от времени описывается формулой $\boldsymbol{x = vt}$. При графическом изображении движения эта формула даёт нам зависимость в виде прямой линии. Значит, для того, чтобы получить ответ, нужно провести две прямые линии, так, чтобы они обе проходили через нарисованные на чертеже отрезки, но при этом одна из прямых должна иметь максимально возможный наклон, а вторая — минимально возможный наклон. Эти прямые отсекут на горизонтальной линии, соответствующей координате $\boldsymbol{x}$ = 180 км, отрезок, который и даст нам интервал времени, в течение которого можно ожидать прибытия машины в Борискино.

Соответствующее построение приведено на рисунке 78.

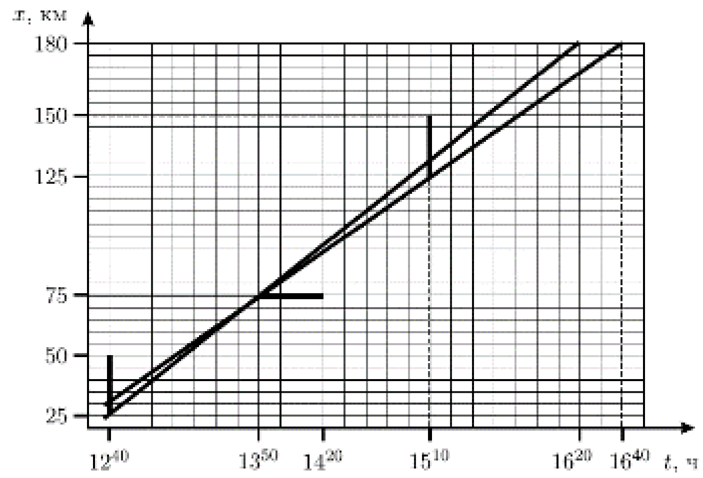


Рисунок 78

Из него видно, что прибытия автомобиля можно ожидать примерно с 16 час. 20 мин.до 16 час. 40 мин.

Задача 8.2. МосГор. 2004 год: На длинном шоссе, на расстоянии 1 км друг от друга установлены светофоры. Красный сигнал каждого светофора горит в течение 30 секунд, зелёный — в течение следующих 30 секунд. При этом все автомобили, движущиеся со скоростью 40 км/ч, проехав один из светофоров на зелёный свет, проезжают без остановки, то есть тоже на зелёный свет, и все следующие светофоры. С какими другими скоростями могут двигаться автомобили, чтобы, проехав один светофор на зелёный свет, далее нигде не останавливаться? (2)

Нарисуем график движения автомобиля (Рисунок 79). По горизонтальной оси будем откладывать время $\boldsymbol{t}$ в секундах, по вертикальной — пройденный путь $\boldsymbol{S}$ в километрах. Изобразим на этом графике запрещающие сигналы каждого из светофоров – красные – в виде тёмных полосок, а разрешающие – зелёные – в виде светлых промежутков между ними. Тогда график движения любого автомобиля, движущегося без остановок, должен проходить только через светлые промежутки.

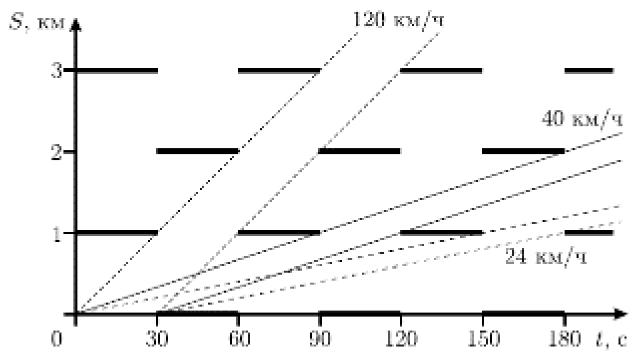


Рисунок 79

Заметим, что расстояние 1 км между соседними светофорами автомобиль, движущийся со скоростью 40 км/ч, проедет за1/40 часа = 90 секунд. Таким образом, он сможет проехать следующий светофор без остановки, только если разрешающие и запрещающие сигналы светофоров будут распределены так, как показано на рисунке. Из графика видно, что автомобиль будет двигаться без остановок на светофорах в том случае, если он будет преодолевать 1 км за 30 с, 90 с,150 с, . . . , (30 + 60n) с,. . ., где n = 0, 1, 2, . . Следовательно, скорость автомобиля, требующаяся для движения по шоссе без остановок на светофорах, может быть равна

$$\boldsymbol{v = \frac{120}{2n+1}}\textit{км/ч=120км/ч, 40 км/ч, 24 км/ч, …. } \quad (62\ )$$

Задача 8.1 Ракета с 2 двигателями. IX Всесоюзная олимпиада. 1975 год. Ракета имеет два двигателя, которые могут сообщать ей постоянные ускорения $\boldsymbol{a_1}$ и $\boldsymbol{a_2}$, направленные вертикально вверх. Первый двигатель рассчитан на работу в течении времени $\boldsymbol{t_1}$, а второй- в течении времени $\boldsymbol{t_2}$, причем $\boldsymbol{a_1>a_2}$и $\boldsymbol{t_1<t_2}$. Двигатели могут включаться как одновременно. Так и последовательно. Какой порядок включения следует выбрать для того, чтобы к моменту окончания работы двигателей ракета поднялась на максимальную высоту? (1)

Построим графики зависимости скорости ракеты от времени при последовательном включении двигателей (Рисунок 80). Из графиков видно, что скорость ракеты может меняться по ломаной $\boldsymbol{OAC}$ или $\boldsymbol{OBC}$. Высота, на которую поднимется ракета к моменту окончания работы двигателей, численно равна площади фигуры под графиком зависимости скорости от времени. Из рисунка 80 видно, что в случае ***AOC*** эта площадь будет больше, а следовательно, и высота подъема тоже. Если включать двигатели попеременно, то мы получим ломанную лежащую между ***OAC*** и ***OBC***, а это значит, что высота, на которую поднимется ракета, в этом случае будет меньше.

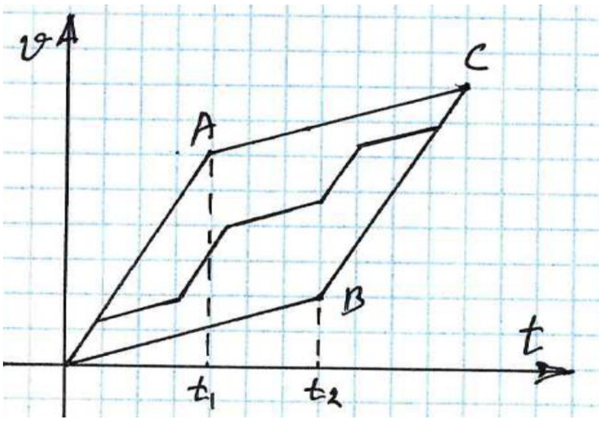


Рисунок 80

Теперь сравним высоту ракеты в случае последовательного включения двигателей (рисунок 81а***I***) и одновременного включения двигателей (рисунок 81а***II***). Чтобы понять под какой из ломанных ***I*** или ***II*** больше площадь, сместим ломаную ***I*** влево по оси абсцисс на t_1.. После смещения ломаной ***I***, хорошо видно, что площадь под ней больше, чем под ломаной ***II***. А значит, и высота ракеты будет больше. Если при работающем первом двигателе на некоторое время включить второй, то высота набранная ракетой будет иметь численное значение больше площади под ломаной ***II***, но меньше площади под ломаной ***I***.

Значит, двигатели нужно включать поочередно, причем сначала двигатель, который дает большее ускорение.

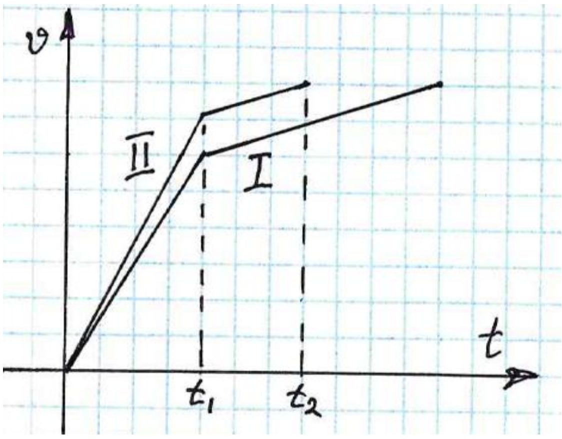


Рисунок 81а

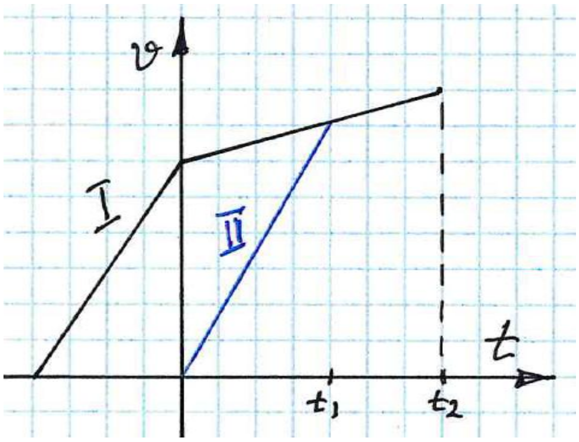


Рисунок 81б

Построение графической зависимости одной физической величины от другой возможно при решении только задач на движение, но и задач других разделов физики.

ВЫВОД

Анализ заданий, предлагаемых на региональном этапе всероссийской олимпиады школьников по физике и региональном этапе олимпиады Максвелла за последние шесть лет, показал, что до трех задач в параллели может содержать график или таблицу в условии, что требует от учащихся «графической грамотности». Поэтому у учащихся необходимо формировать:

– умение работать с графическими зависимостями физических величин;
– умение строить графики зависимости физических величин по приведенным в таблице данным;
– умение получать необходимую информацию и по представленному в задаче графику для решения задачи.

Использование графиков при решении задач по физике позволяет объяснить процесс, заменить алгебраические преобразования геометрическими построениями и их интерпретацией.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Всесоюзные олимпиады по физике. И.Ш. Слободецкий, В.А. Орлов. М.: Просвещение, 1982. – 256 с.
2. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986 – 2005: С.Д.Варламов, В.И. Зинковский, М.В.Семёнов [и др.]; под ред. М. В. Семёнова, А. А. Якуты – 2-е изд., исправл. — М.: МЦНМО, 2006. — 623с.: ил.
3. Основы механики. 7 класс: сборник задач для подготовки к олимпиадам по физике / М.Ю. Замятин, А.А. Киреев, Г.М. Корепанов [и др.]; под редакцией М.Ю. Замятнина. – Сочи: 2017. – 336 с.
4. Архив заданий с решениями олимпиад по физике за 2009 - 2018 годы. Интернет-портал. – URL: http://4ipho.ru/arhivy-zadach/arhivy-zadach-2009-2018/ (дата обращения 17.09.2018)
5. Ефремова Т. Ф. Новый словарь русского языка. Толково-словообразовательный. / Т. Ф. Ефремова– М.: Русский язык, 2000. Интернет-портал. – URL: https://www.efremova.info/ (дата обращения 17.11.2018)
6. Сайт учителя физики С. В. Кармазина. – URL: http://sergkar.ucoz.ru (дата обращения 23.09.2018)